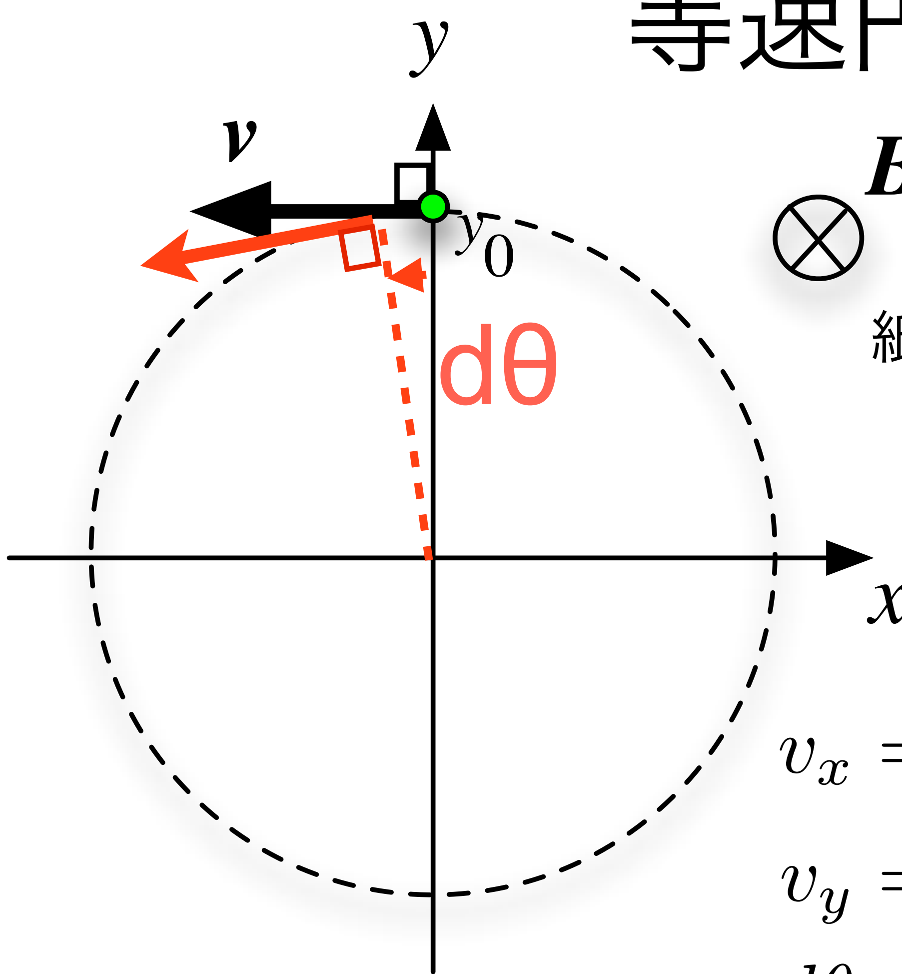
等速円運動



紙面の表から裏へ

$$vT = 2\pi r$$

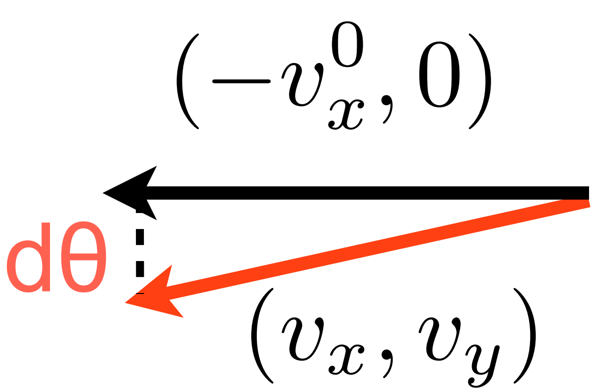
$$\omega \equiv \frac{2\pi}{T} = \frac{v}{r}$$

$$v_x = -v_x^0 \cos(d\theta) = -v_x^0(1 - d\theta^2/2! + \ldots)$$

$$v_y = -v_x^0 \sin(d\theta) = -v_x^0(d\theta - d\theta^3/3! + \ldots)$$

$$d\theta = \omega dt$$

$$\frac{dv_x}{dt} = \lim_{dt\to 0} \frac{dv_x}{dt} = \lim_{d\theta\to 0} \frac{dv_x}{d\theta}\frac{d\theta}{dt} = \lim_{d\theta\to 0} \omega v_x^0 d\theta = 0$$



$$\frac{dv_y}{dt} = \lim_{d\theta\to 0} \frac{dv_y}{d\theta}\frac{d\theta}{dt} = \lim_{d\theta\to 0} \omega(-v_x^0)(1 - d\theta^2/2) = -v_x^0\omega$$

$$\vec{F} = m\vec{a} = m\frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$F_x = 0$$

$$F_y = -mv_x^0\omega = -m\frac{v^2}{r}$$

向心力は内向き

回転している座標系から見ると

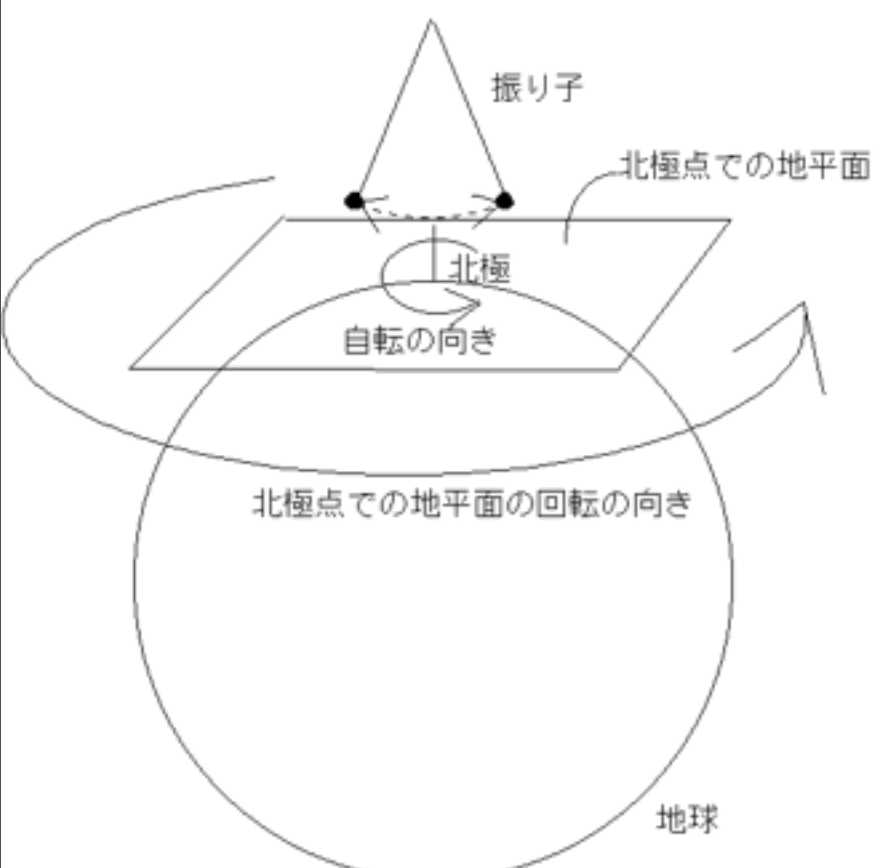
遠心力は外向きの力とつりあっている

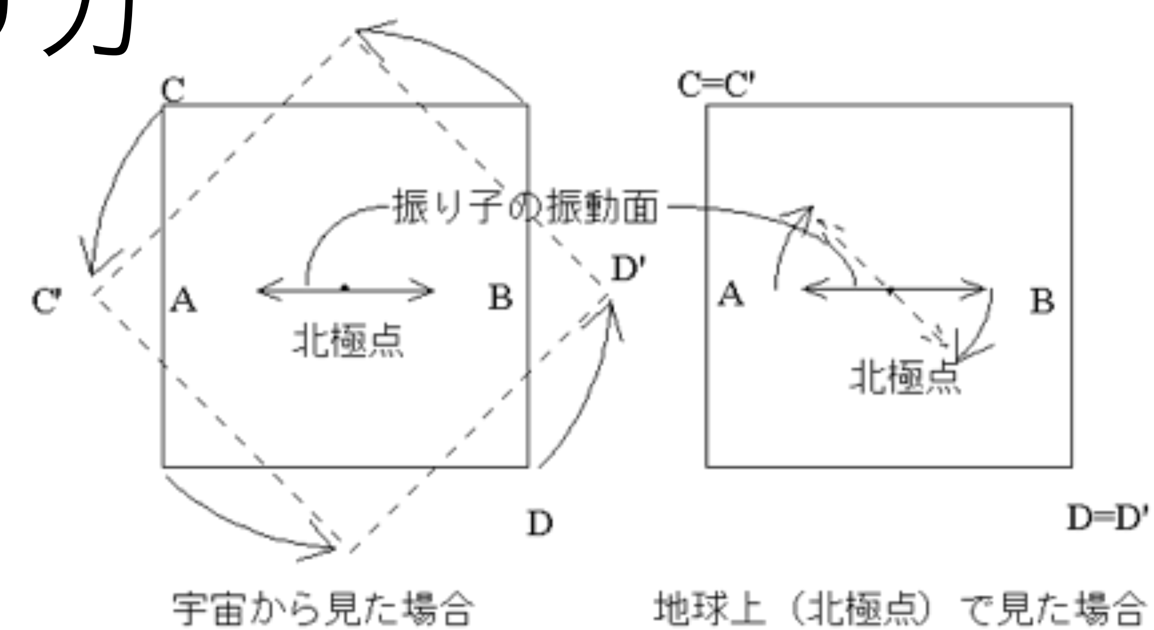
$$m\frac{v^2}{r}$$

慣性力！！

フーコーの振り子

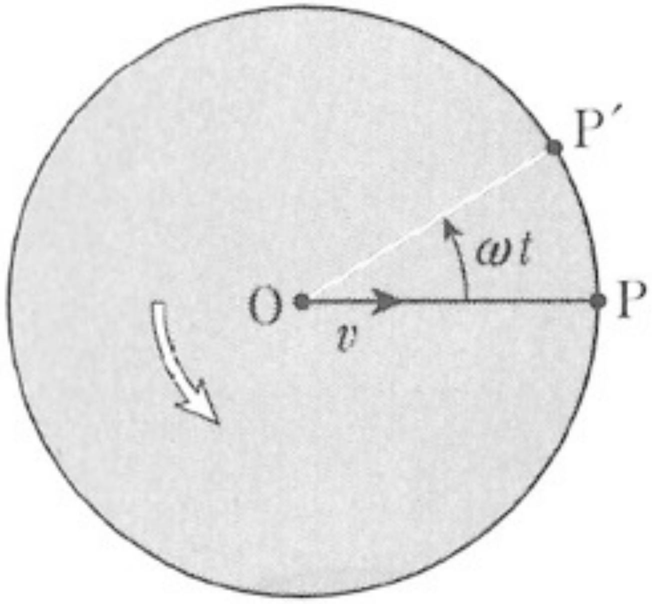
コリオリ力



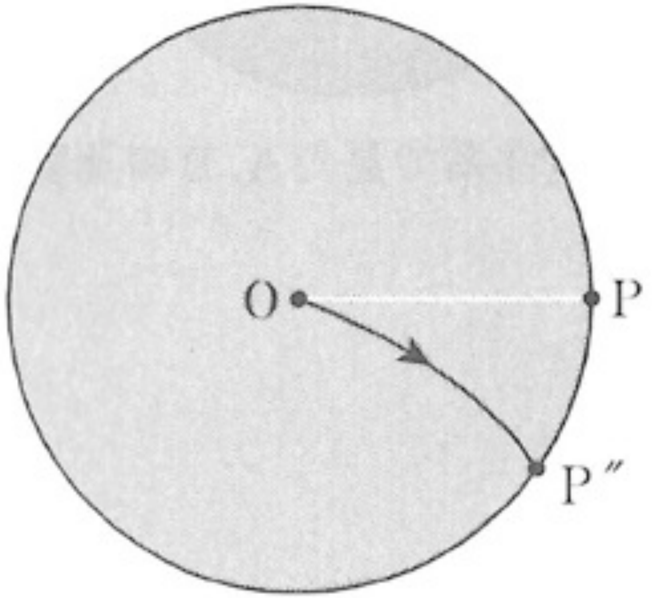


動く座標系：慣性力

山本義隆，新・物理入門（駿台文庫）



a　慣性系で見た（円板の外から見た）投射体の運動
物体は直進し，他方，円板上の P 点は P′まで移動．



b　円板固定系（回転系）で見た投射体の運動
P 点は不動で物体が P″ までそれるように見える．

図 2・64

たとえば，図2・64 a のように回転する円盤（半径 r）の中心 O から，ある瞬間に円周上の点 P に向けて質点 m を速さ v で投げたとする．m が $t=r/v$ に円周に達したとき，P は角度で $\omega t = r\omega/v$ だけ回転した P′にまで移動している．

これを円盤に固定した座標系（回転系）で見ると，図2・64b のように，P は動かないが m の軌道がそれて P″ に達している．つまり回転系で見ると，あたかも m に対して進行方向右向きに力が働いたかのようである．そのみかけの力を **コリオリ力** という．

山本義隆，新・物理入門（駿台文庫）

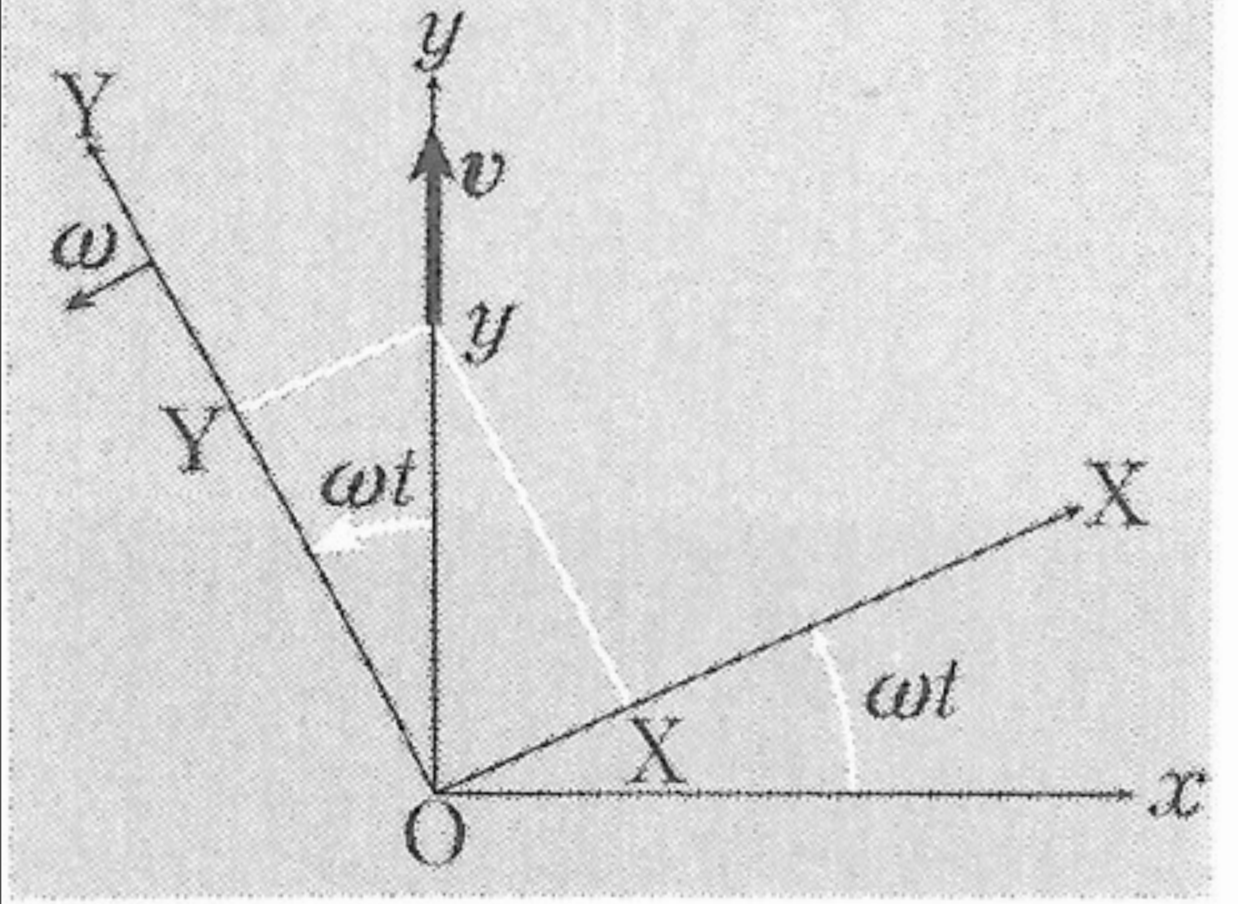


図 2・65a ◪ **遠心力とコリオリ力 —— 数学的な扱い**

遠心力とコリオリ力が回転系で生じる見かけの力であることをはっきりさせるために，数学的に厳密に導き出しておこう．$(x,\ y)$ 座標系を慣性系として，力を受けていない自由粒子の運動をその座標系で見る．もちろん等速度運動であり，この粒子の速度にそって y 軸をとると，位置と速度は

$$\boldsymbol{r}=(0,y),\ \boldsymbol{v}=(0,v) \quad \text{ただし} \quad v=\dot{y}\,.$$

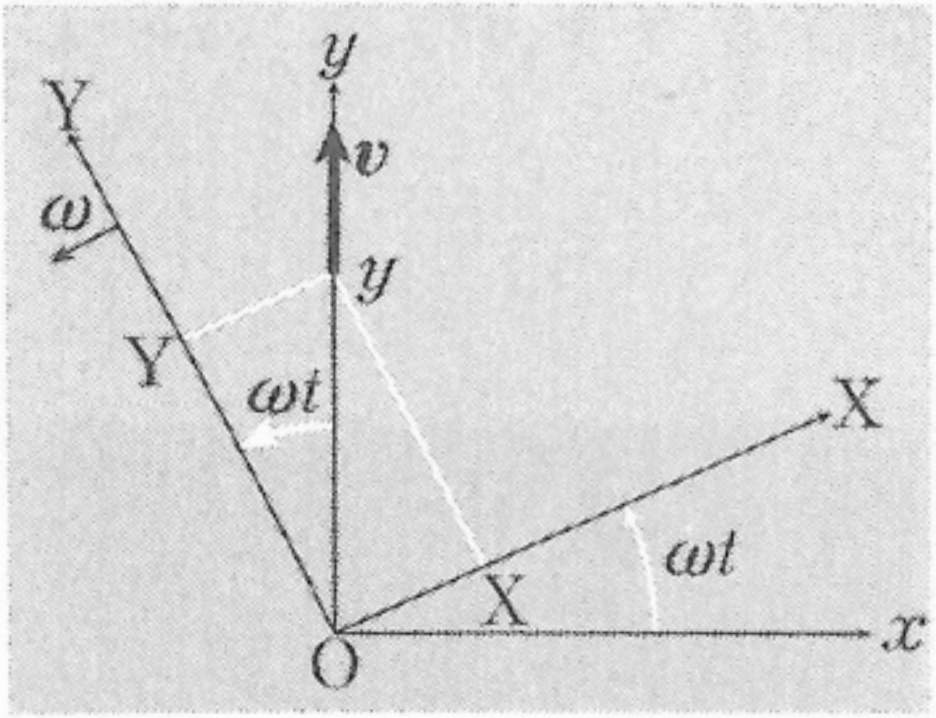


図2・65a

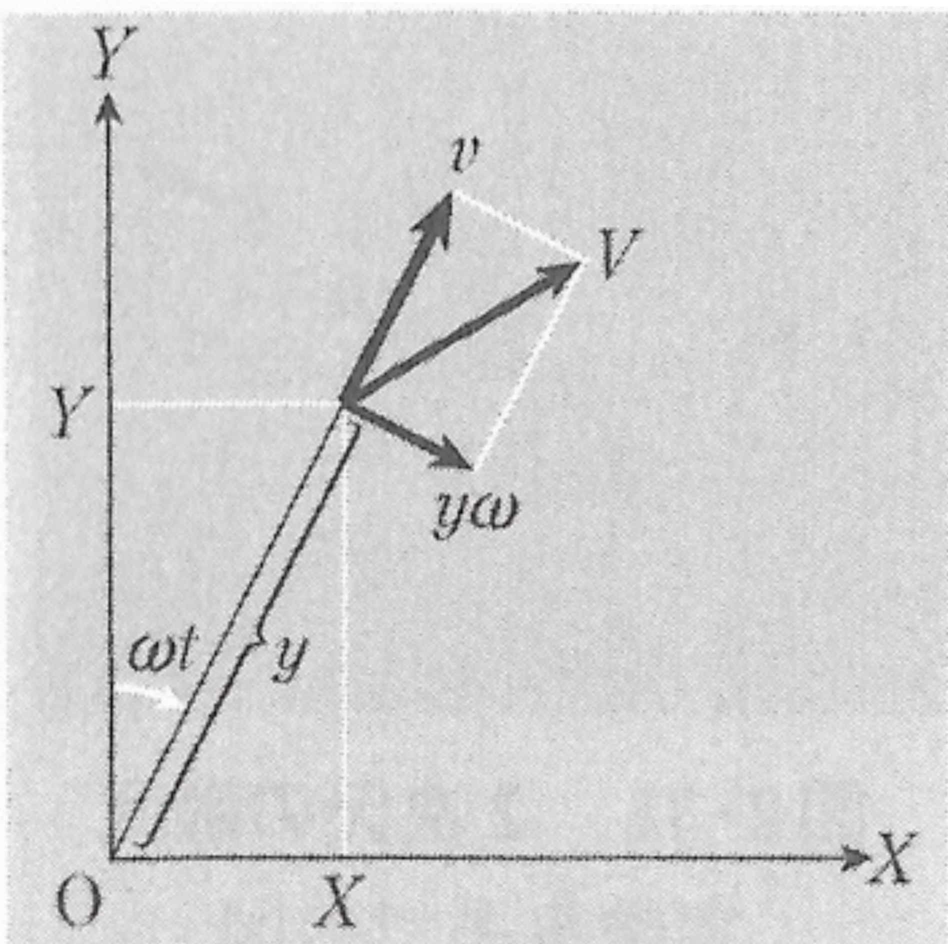


図2・65b

この運動を角速度ωで反時計回りに回転している(X, Y)座標系で見る．図2･65 a より位置は

$$\boldsymbol{R}=(X, Y)=(y\sin\omega t,\ y\cos\omega t).$$

速度成分はこの座標成分を微分することによって

$$V_X=\dot{X}=v\sin\omega t+\omega y\cos\omega t,$$

$$V_Y=\dot{Y}=v\cos\omega t-\omega y\sin\omega t\ .$$

速度成分が$\boldsymbol{v}$ベクトルのX成分とY成分（各第１項）だけではないことに注意．というのも，回転する(X, Y)座標系では，速度$\boldsymbol{v}$の運動の他に，原点からyの距離で時計回り（座標系の回転と逆回り）に角速度ωの回転運動しているように見えるからである．それが第２項である．図2･65 b 参照．

山本義隆，新・物理入門（駿台文庫）

山本義隆，新・物理入門（駿台文庫）

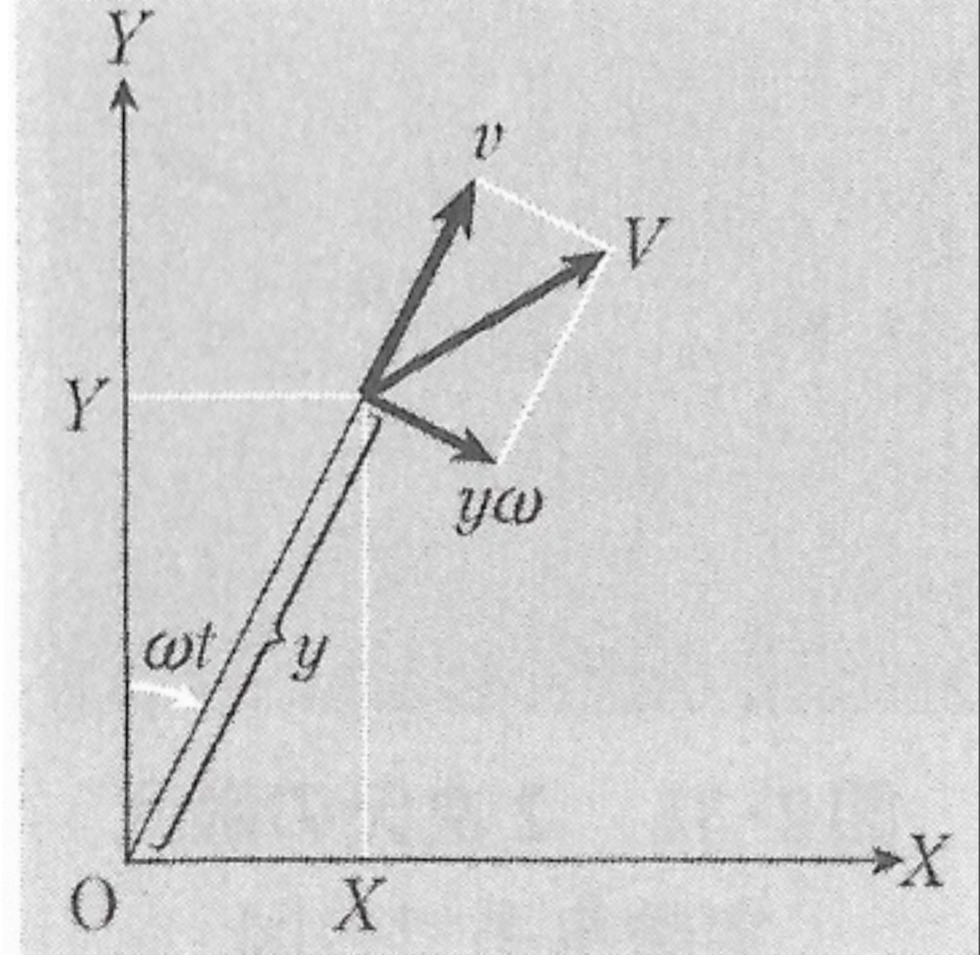


図2・65b

加速度成分は，もう一度微分することによって

$$A_X = \dot{V}_X = +2\omega v\cos\omega t - \omega^2 y\sin\omega t,$$

$$A_Y = \dot{V}_Y = -2\omega v\sin\omega t - \omega^2 y\cos\omega t\,.$$

この式の右辺の古い座標系の量 v と y を上の X, Y, V_X, V_Y をもちいて書き直すと

$$A_X = 2\omega V_Y + \omega^2 X,$$

$$A_Y = -2\omega V_X + \omega^2 Y.$$

と表され，回転座標系で見た運動方程式は

$$mA_X = 2m\omega V_Y + m\omega^2 X,$$

$$mA_Y = -2m\omega V_X + m\omega^2 Y.$$

すなわち，もとの慣性系では力が働いていなかったのに，回転系では，２種類の力

$$\boldsymbol{f}_1 = 2m\omega(V_Y, -V_X),$$

$$\boldsymbol{f}_2 = m\omega^2(X,\ Y) = m\omega^2\boldsymbol{R}$$

が働いていることになる．$\boldsymbol{f}_1$ は大きさが $2m\omega V$ で速度 $\boldsymbol{V} = (V_X,\ V_Y)$ に直交し，これは **コリオリ力** である．$\boldsymbol{f}_2$ は大きさが $mR\omega^2$ で回転中心から遠ざかる向きで，これは **遠心力** に他ならない．そしていずれもが，座標系の回転によって純粋に数学的に生じたもの —— 実体的起源をもたない見かけの力 —— であることがわかる．

山本義隆，新・物理入門（駿台文庫）