10.30/2012　学修相談実施報告

来室学生

三回生　　男子　一名

計一名

質問内容

物理学でいま波動のところを習っているが、演習問題の剛体の振動運動に関するものや振動運動の角振動数がよく分からない。 ねじれ運動の運動方程式が、慣性能率をI, ねじれ角をϑ、トルクをτとすると、下の式で表わされることを証明するにはどうしたらよいか。

$$I\frac{d^2\vartheta}{dt^2}=-\tau\vartheta$$

また、円板や円板の中心以外の点を通る固定軸の回りの慣性能率の求め方がわからない。

回答内容

1．バネの振動運動について説明し、フックの法則が成立する範囲内では、運動方程式は

$$m\frac{d^2x}{dt^2}=-kx$$

と表わすことができる。 この方程式の解は 2 回微分して符号が変わる関数、つまり三角関数で表わされると考えてよいので、A、B を初期または境界条件から決まる定数とすると、次式のように書くことができる。

$$x=A\cdot sin\sqrt{\frac{k}{m}}t+B\cdot cos\sqrt{\frac{k}{m}}t$$

$t=0$ のとき $x=0$ とすると、$B=0$ になるので次式のようになる。

$$x=A\cdot sin\sqrt{\frac{k}{m}}t$$

この式に基づいて振動数、角振動数を理解するとよい。

$t=0$ から $t=1$ まで時間経過したとき、sin の引数は $\sqrt{k/m}$ だけ変化する。 sin は 2π だけ変化すると 1 周期、つまり1回振動したことになるので、$\sqrt{k/m}$ を 2π で除した回数振動することになる。したがって振動数をν で表わすと、それは次式で与えられる。

$$\nu=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

一方、ω で表わされる角振動数は振動数を角度で表わし、1 振動を 2π とするので、振動数νと

角振動数の関係は$\omega = 2\pi\nu$となる。 これらのことをsin波を描いて説明。

2． バネの振動について加速度と力の関係から下の式が導かれるが、これはあくまでも近似で、右

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx$$

辺はxの高次の項を含めなければならない場合もある。 したがって、式の証明をと言う質問の意味がよく分からない。 ねじれ振動の場合も同じで、 $I\left(d^2\vartheta/dt^2\right) = -\tau\vartheta$ は近似式である。運動方程式の解は同じ形をしているので、mの代わりに Iを、kの代わりにτを用いればよい。

3．いろいろな形の剛体の慣性能率の値は教科書にでているので、それを参考にすればよい。 自分で計算するには、慣性能率の定義式を剛体の形を反映した積分に置き換えればよい。 具体的に、例えば円板について、計算はしてみなかった。

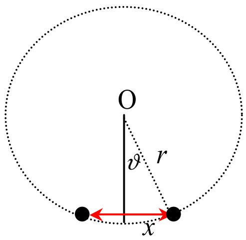
「反省点」

学生が何がわからないでいるか正確に捉えられなかったようです。 後で考えてみると、学生はバネの振動運動の運動方程式には馴染があるので、それからねじれ振動の運動方程式が得られ

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx \quad \Rightarrow \quad I\frac{d^2\vartheta}{dt^2} = -\tau\vartheta$$

ることを知りたかったのかもしれません。それには、例えば以下のように説明すればよかったかな、と思います。

赤矢印で示した一次元のバネ振動を下の図のように空間の固定点 O から眺めると、変位xは極座標r, ϑを用いて$x = r\sin\vartheta \approx r\vartheta$と表わされるので、この関係をバネ振動の運動方程式に代入し、



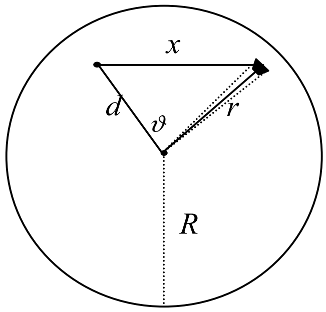
$$m\frac{d^2x}{dt^2} = mr^2\frac{d^2\vartheta}{dt^2} = -kr\vartheta \quad \Rightarrow \quad I\frac{d^2\vartheta}{dt^2} = -\tau\vartheta$$

$mr^2 = I$ 、$k \times r = \tau$ とおくと、ねじれ振動の式が得られる。

もう一つ、剛体の固定軸の回りの振り子運動の運動方程式と慣性能率の求め方については、単振子の運動方程式を基本に、変位角は共通なので、剛体を単振子の寄せ集めとして表わし、剛体の形にしたがって、寄せ集めの和を積分で表わせばよい、といった説明をした上で、

$$\sum I_i\frac{d^2\vartheta}{dt^2} = -\sum mgl_i\vartheta$$

剛体の慣性能率の求め方の一例として、中心以外の一点を固定した円板の振り子運動に必要な固定軸の回りの慣性能率は、以下のようにすれば簡単に求められることを説明すればよかったと思います。（自分の記憶のために式を記しておきました）



$x^2 = r^2 + d^2 - 2rd\,sin\,\vartheta$

$dS = rd\vartheta dr$　　（黒色部分の面積

$I_x = M \times \dfrac{dS}{\pi R^2} \times x^2 = \dfrac{M}{\pi R^2} \times \left(r^2 + d^2 - 2rd\,sin\,\vartheta\right) rd\vartheta dr$

$$I = \sum I_x = \int_0^R \int_0^{2\pi} \frac{M}{\pi R^2} \times \left(r^2 + d^2 - 2rd\,sin\,\vartheta\right) rd\vartheta dr$$

$$= \frac{M}{\pi R^2} \times 2\pi \times \left[\frac{r^4}{4} + \frac{d^2 r^2}{2}\right]_0^R$$

$$= \frac{1}{2} MR^2 + Md^2$$

11.02/2012　学修相談実施報告

来室学生

三回生　　男子　一名、女子一名

計二名

質問内容

いずれも三回生実験に関することで、

1．合成した化合物の考察でラセミ体について調べたいがラセミ体とは何か。またその合成法は。

2．合成した化合物の同定で、NMR、IR を測定したが、スペクトルのバンド帰属をどのようにしたらよいか教えてほしい。

3．合成反応の途中で、生成物の一部を取り出し、希塩酸に溶かしてみるのは何故か。

4．蒸留して得た生成物の屈折率を溜分を変えて測定したが、後の溜分の方が屈折率が大きかった。 何故か。 また、屈折率の違いに意味があるのか。

回答内容

1．ラセミ体とは対掌体と呼ばれるように、左右の手のひらが同じ向きで重ね合わせられないように、化学的には全く同じ組成、結合をもちながら、空間的には区別される異性体（*d*−体と *l*−体）のことをいう。 旋光能に違いがあることから光学異性体と呼ばれる。 不斉炭素原子をもつ化合物、特にアミノ酸や糖では必須の知識で、古くはピンセットメソッドで異性体を分けたと聞くが、今ではその合成と分離（たとえば液クロ）は容易に行えるようになっていると思う。 合成法については不斉合成で調べればよい。 相談室にある化学実験講座の不斉合成を調べてはどうか、と回答した。

2．NMR については H の化学シフトの大体の数値、H の数に対応する積分面積、近傍の H に基づくバンドの分裂について具体例をみながら簡単にふれ、バンドの帰属で大切なのは、等価の H が何個あるか、グループに分けた H の数の比、それらの化学シフトの位置、各グループが何本のバンドに分裂しているか、を調べれば大抵は帰属できる。 実際のアニリンの H-NMR のスペクトルを解釈するには、ニトロベンゼンの H の帰属ができているので、それと対比してオルト、メタ、パラ位の H を帰属してはどうか。

IR については、振動の自由度が 3N-6 あること。 したがってアニリンでは 36 個ある。 これらすべてが赤外活性であるわけではないが、たくさんの振動バンドが観測されると予想される。その中で官能基や特定の化学結合の振動、芳香環のグループ振動の吸収が現れる波数範囲は特定できるので、これらのデーター表を基にバンドの帰属をすればよい。 具体的には N-H、芳香環の C-H、ベンゼン環のグループ振動のいくつかが帰属できる、と回答。 いくつかベンゼン誘導体のスペクトルを参考に見せた。

3．アニリンは塩基性のアミノ基をもつので HCl と塩をつくり水溶性になるので、アニリンが生成していれば、このことから合成反応が進行しているかどうかチェックできるのではないか。

4．屈折率は密度に関係し、密度が大きいほどその値は大きくなるので、後の溜分ほど高沸点（密度も大きいと予想される）なので、後の溜分の屈折率が大きいのはつじつまが合う。 しかし屈折率は温度に敏感なので、測定温度が同じであったか注意する必要がある。 したがって測定値の違いが有意差かどうかは判断できないほどの違いである、と回答。

以上