

11月11日(2025)学修相談実施報告

二回生 一名 (今日の学修相談の時間帯は日本語の授業があるが、担当の先生の許可を得て今回参加した。)

質問内容

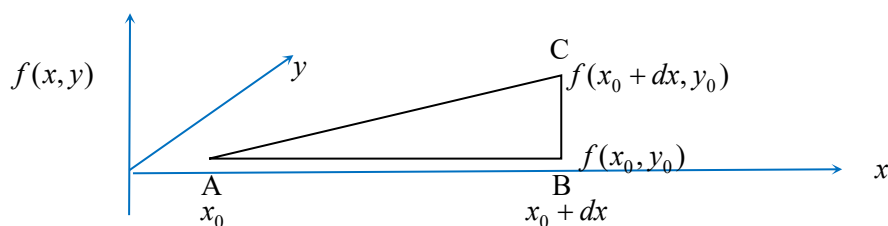
- 1) 後期の物理化学の中間試験が先日終わったが、出来が非常に悪かったと思う。出された問題について教えて欲しい。内容は2変数の関数の変化量と微分の関係式、不可逆過程を含む気体の膨張・圧縮過程に伴う仕事エネルギー及び熱エネルギーを求める問題等である。
- 2) 微積分のところがよく理解できていない。微積は数学基礎で習っているが、物理化学の進度が速く、理解が追い付かないので、どのように勉強したらよいか。良い勉強法があれば教えて欲しい。

回答内容

- 1) 学生の持っているプリント(テスト問題か講義のプリントかは確かめなかった)を共通画面で見ながら、学生がわからない個所を逐次説明していくことにした。プリントの最初には、位置座標 x, y の関数 $f(x, y)$ (例えば標高や、位置エネルギー) について、位置座標が基点から少し変化した時、関数 $f(x, y)$ の微小変化量 $df(x, y)$ がどのようにしたら求められるかを説明するものであった。そのために、 $f(x, y)$ を縦軸(z-軸)にとり、基点を A: (x_0, y_0) にとった時、基点から少し外れた座標 B: $(x_0 + dx, y_0)$ における C: $f(x_0 + dx, y_0)$ の値はどのようにしたら求められるか、更には D: $f(x_0 + dx, y_0 + dy)$ の値の求め方を、三次元図で図解するものであった。

下図を用いて以下のように説明した。

A における $f(x, y)$ の値は $f(x_0, y_0)$ で与えられる。 y の値は変えないで、 x の値だけが x_0 から $x_0 + dx$ に変えた時、 $f(x, y)$ の値は $f(x_0, y_0)$ から $f(x_0 + dx, y_0)$ に変化するが、その変化量を下の図に示すように高さの変化になぞらえ、式(1)のように計算される。



高さの変化量 = BC = 勾配 × 移動距離

$$\begin{aligned} &= \frac{BC}{AB} \times AB = \left\langle \frac{f(x_0 + dx, y_0) - f(x_0, y_0)}{dx} \right\rangle \times dx \\ &= \left(\frac{df}{dx} \right)_{y_0} dx \quad (1) \end{aligned}$$

同様にして、位置 C から D: $(x_0 + dx, y_0 + dy)$ に移動したときの高さの変化が式(2)のように計算され

る。

$$\begin{aligned} \text{CからのDへの高さの変化} &= \left\langle \frac{f(x_0 + dx, y_0 + dy) - f(x_0 + dx, y_0)}{dy} \right\rangle \times dy \\ &= \left(\frac{df}{dy} \right)_{x_0 + dx} dy \approx \left(\frac{df}{dy} \right)_{x_0} dy \quad (2) \end{aligned}$$

基点 A から D に移動したときの高さの変化はしたがって、式(1)と式(2)の和で表される。つまり式(3)が成り立つ。

$$df = f(x_0 + dx, y_0 + dy) - f(x_0, y_0) = \text{式 (1)} + \text{式 (2)} = \left(\frac{df}{dx} \right)_{y_0} dx + \left(\frac{df}{dy} \right)_{x_0} dy \quad (3)$$

式(3)は下式(3a)にゼロ: $-f(x_0, y_0 + dy) + f(x_0, y_0 + dy) = 0$ を加えて、

$(-f(x_0 + dx, y_0) + f(x_0 + dx, y_0)) = 0$ を加えても良い。同じ結果が得られる。)

df を下式(3b)のように表すと、微小変化 dx 、 dy に対して df は式 (3') のように表されることがわかる。

$$\begin{aligned} df &= f(x_0 + dx, y_0 + dy) - f(x_0, y_0) \quad (3a) \\ &= f(x_0 + dx, y_0 + dy) - f(x_0, y_0) - f(x_0, y_0 + dy) + f(x_0, y_0 + dy) \\ &= f(x_0 + dx, y_0 + dy) - f(x_0, y_0 + dy) + f(x_0, y_0 + dy) - f(x_0, y_0) \\ &= \left(\frac{f(x_0 + dx, y_0 + dy) - f(x_0, y_0 + dy)}{dx} \right) dx + \left(\frac{f(x_0, y_0 + dy) - f(x_0, y_0)}{dy} \right) dy \quad (3b) \\ &= \left(\frac{df}{dx} \right)_{y_0 + dy} dx + \left(\frac{df}{dy} \right)_{x_0} dy \quad (3') \end{aligned}$$

極微小変に対しては $\left(\frac{df}{dx} \right)_{y_0 + dy} \approx \left(\frac{df}{dx} \right)_{y_0}$ であるので、式(3)と式 (3') は同じものになる。

およそ以上のような説明をして、ここまでの理解を確かめた後、次の熱力学の質問に移るか、ここまでの事を自分で復習してなおわからないところがあれば、次回の学修相談で質問するかを尋ねたところ、今回の質問に関しては、今日理解したことをベースに少し考えて見る、と言うことであったので、1) に関してはそこで打ち切り、全微分、偏微分についての説明はしなかった。2) については以下のように助言しておいた。

2) 数学基礎の教科書か、担当の先生から参考書として紹介のあった「微積」の本の中から、少しだけ難しいしいかな(難し過ぎるのは避ける)と思うものを一冊選び、最初から毎日数ページずつ式を理解しながら読んでいくとよい。少し考えてわからない式があってもそれは飛ばして先に読み進んでいけばよい。章の途中や章末の演習問題を解いてみて自分の理解を確かめてみる。本を一通り読み終えたら、少なくとももう一回最初の章から同じように読んでいくとよい。2 回目は1回目と比べて随分理解が深まるようになっているはずである。本には色々わからなかったことや、こう考えたらいいとか、その時気の付いたことを書き記しておき、その本を大事にとっておくと、何年も後にこの様にして読んだ本を

読み返してみると、学生時代頑張って勉強したことが懐かしく思い出されるでしょう。

章を読み進めていく途中で、疑問に思ったり、わからないところがあれば、遠慮なく私に何でも質問すればよい。メールや Zoom で出来る限り質問に答えたいと思います、と回答。

以上