

11月9日(2021) 学修相談実施報告

Zoom on-line 参加者

一回生 一名

計一名

質問内容

1. 授業で習っているところで、わからないところがあるので教えてほしい。具体的な個所は講義の板書をノートに書き写したのについてであったので、それらのコピーを添付ファイルで送ってもらい、それらを共通画面で見ながら、質問の個所を具体的に把握し、USB カメラを使って説明した。

具体的な質問は以下の3つであった。

(1) 物体の運動方程式を積分して得られる以下の式の最後の変形がわからない。

$$\int_{t_1}^{t_2} m \frac{dv}{dt} dx = m \int_{t_1}^{t_2} v \frac{dv}{dt} dt = \frac{m}{2} \int_{t_1}^{t_2} \frac{d(v^2)}{dt} dt$$

(2) 位置の時間微分(速度)の積分で得られる式と、速度の時間微分で得られる式との類似から、速度の時間微分を積分して得られる最終式で、加速度 $a(t')$ を時間積分して at になるところがわからない。

$$v(t) = v(0) + \int_0^t a(t') dt' = v(0) + at$$

(3) 熱力学のところ、 $d(PV)$ がなぜ $PdV + VdP$ と表されるのか、証明のところからわからない。

回答内容

1. (1) x^2 の時間微分がどう表されるかを尋ね、 $\frac{dx^2}{dt} = 2x \frac{dx}{dt}$ であることがわかっていれば、 $v \frac{dv}{dt}$ を $\frac{1}{2} \frac{dv^2}{dt}$ と書けることはわかる。最後の積分は微分の積分、つまり $\int f'(x) dx = f(x)$ がわかっていれば、 v^2 の微分 $(v^2)'$ の積分なので、 v^2 になることがわかる。

(2) 式では、加速度 a が時間の関数で表されているので、それを積分してどうして at になるのかがわからないようであった。一般的に加速度が時間の変数として、 $a(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$ で表されるとすれば、等加速度運動では加速度は定数であるので、 $a(t) = a_0$ を積分の式に代入して積分すれば、 $v(0) + a_0 t$ が得られると説明した。学生には変数の a と定数の a が同じに見え、わからなかったようだ。

(3) $d(PV)$ がどのように表されるかは、 $d(PV)$ の定義式から始めればよい。 $f(x)$ の微分 $df(x)$ は隣り合う2点 x と $x + dx$ における $f(x)$ の差であるので、 $df(x) = f(x + dx) - f(x)$ と表されることは知っている、それに当てはめると、 PV の微分は下式のように表され

$$\begin{aligned} d(PV) &= (P + dP)(V + dV) - PV \\ &= PV + PdV + VdP + dPdV - PV \\ &= PdV + VdP + dPdV \\ &= PdV + VdP \end{aligned}$$

が得られる。ここで $dPdV$ は2次の微小量として無視している。

最後の等式は PV の微分を、関数の積 $f \cdot g$ の微分が $f' \cdot g + f \cdot g'$ であることを使えば、

$PdV + VdP$ であることは直ちにわかる、と回答。

実際には、もっと平易な例を用いて補足的な説明も加えた。

以上