6 月 28 日(2017) 学修相談実施報告

来室学生

三回生　　男子　一名

二回生　　男子　一名

計二名

質問内容

三回生

1. 学生実験のレポートをまとめているが、有効数字の扱いがよくわからない。 有効数字は桁数を合わせないといけないのか。

二回生

1. 物理化学の授業の課題で、分子の平均速度や、誤差分布に基づく平均値、2乗平均値等、一連の積分を求める問題に、一部を除いて、全部には答えられないので、考え方を教えてほしい。

回答内容

三回生

1. 学生の最初の質問は、例えば3つの測定値、温度、圧力(気圧)、質量、についての測定値を並べ、それら測定値の有効数字を合わせる必要があるのか、というものであった。 (i)測定値を仮に一次データーと呼ぶと、それぞれの値は、アナログであれば、最小目盛りの 1/10 まで読み取り、デジタル表示であれば表示された値をそのまま記す。 有効数字の表記としては、間違いの少ない方法は少数表示を用い、例えば有効数字が 4 桁であれば $1.230 \mathrm{x} 10^4$のように表せばよい。 温度、圧力(気圧)、質量、それぞれについての測定値の有効数字の桁数は、温度と質量など、異なる測定に関わる測定値の有効数字の桁数を合わせる必要は全くない。 (ii)有効数字の桁数が異なる数値の演算では誤差がどのように伝播するかを、簡単な掛け算で説明し、測定値の演算から得られる物理化学的な量の有効数字の桁数は、用いた測定値の中で、最も有効数字の桁数が小さいものに合わせればよい。 厳密に言えば誤差がどのように伝播するかを見積もる必要があるし(全微分)、データー解析(例えば最小自乗法)では、フィッティングパラメーターの誤差を併記しておくことが大切だが、基本は測定した一次データーから、どのような誤差範囲でものが言えるかに常に留意しておくことではないか、と回答。

二回生

1. 一連の問題の核になる積分は $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} dx$ で、この値をどのようにして求めるかに尽きる。 これまでにもよく尋ねられた問題である。 要は積分の値を式(1)のように A とおくと、A^2 は式(2)の重積分で表されること、

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2}dx = A, \qquad \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-y^2}dy = A \qquad (1)$$

$$A^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2}dx \times \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-y^2}dy = \iint e^{-x^2}\cdot e^{-y^2}dxdy = \iint e^{-(x^2+y^2)}\cdot dxdy \qquad (2)$$

また、この重積分は、式(3)の座標変換により式(4)のように表される。 式(4)は関数$(e^{-r^2})'$の積分になっているので、容易に積分ができ、定積分の値を求めることができる。 後の計算は自分で確かめておくようにいった。

$$x = r\cos\vartheta, \quad y = r\sin\vartheta \qquad (3)$$

$$\iint e^{-(x^2+y^2)}\cdot dxdy = \iint re^{-r^2}\cdot drd\vartheta = 2\pi\int_0^{\infty} re^{-r^2}dr \qquad (4)$$

学生は重積分と言うと、難しいもの思っているので、式(4)の左辺の意味は「微小底面積」($=dxdy$)×「高さ」($=e^{-(x^2+y^2)}$)で表された立体の微小体積の和(積分)であり、式(4)の右辺では極座標を用いて「微小底面積」($=rd\vartheta\times dr$)×高さ($=e^{-r^2}$)で立体の微小体積を表わし、それらの和(積分)が立体の体積になり、両者は当然のことながら等しいことを示している。

式(4)の座標変換による面積素片の変換を図形的な表現で説明した後、円の面積を求めるとき、直交座標で求めるのか、極座標で求めるのか、2 通りの方法で求め方を分かり易く説明して、式(4)の変換の理解につなげた。

その他、問題の一つに、$<u_{x\rightarrow}>$を求めるものがあったが、<　>の意味が速度分布についての平均を表すこと、また下付きの→は＋方向の速度成分の平均(両方向を含む平均は分布の対称性からゼロになる)を表すことなど、説明を加えた。

以上