

## 6.01 学習相談実施報告

来室学生

二回生 男子 一名

### 質問内容

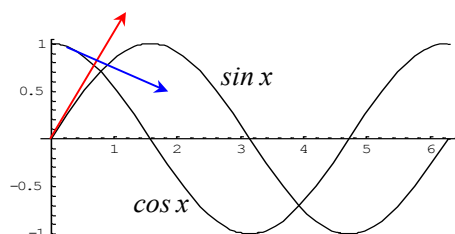
#### I. 関数の微分積分に関する質問

- (1) 「化学のための数学」で小テストとして出題された問題のうち大部分の問題に解答できなかったので教えて欲しい。
- (2) 物理数学のテキストで微分方程式のところを習っているが、変数を分離して微分方程式を解く例で、最終的な解の表現では、計算途中で得た積分定数が書き換えられている。その書き換えがわからない。

### 回答内容

- (1) 10題ほどの問題を順番に解いていき、覚えておくべき基本的な微積の型について詳しく説明した。具体的には

- a.  $\frac{de^{ax}}{dx} = ae^{ax}$ 、 $\frac{d \ln x}{dx} = \frac{1}{x}$ 、 $\frac{d \sin x}{dx} = \cos x$ 、 $\frac{d \cos x}{dx} = -\sin x$  の微分は完全に覚えておくこと。三角関数の微分の符号±は図に示すように三角関数の波形と勾配で記憶しておけば間違わない。



- b. 少し複雑な関数の微分の場合、たとえば  $e^{ax^2+bx+c}$  や  $\ln(ax+b)^3$  などでは、関数のグループを一まとめにして a. に挙げた基本的な関数の微分におきかえて、以下のように計算すればよい。  
一つ目の例では、

$Y = ax^2 + bx + c$  とおいて、

$$\frac{d}{dx} e^{ax^2+bx+c} = \frac{d}{dx} e^Y = \frac{d}{dY} e^Y \cdot \frac{dY}{dx} = e^Y \frac{dY}{dx} = e^{ax^2+bx+c} \times (2ax + b)$$

二つ目の例では、

$Y = ax + b$  において、

$$\frac{d}{dx} \ln(ax + b)^3 = \frac{d}{dx} \ln Y^3 = \frac{d}{dY} \ln Y^3 \cdot \frac{dY}{dx} = \frac{3}{Y} \frac{dY}{dx} = \frac{3}{ax + b} \times a$$

- c. 関数の対数を微分すれば簡単に計算できる場合がある。たとえば、 $x^{\sin x}$  の微分を求めるとき、式(1)の対数をとって(式(2))それを微分すると式(3)が得られるが、式(3)を書き換えると、求める微分が式(4)のように計算できる。

$$Y = x^{\sin x} \quad (1)$$

$$\ln Y = \sin x + \ln x \quad (2)$$

$$\frac{d}{dx} \ln Y = \frac{1}{Y} \frac{dY}{dx} \quad (3)$$

$$\frac{dY}{dx} = Y \times \frac{d}{dx} \ln Y = x^{\sin x} \left( \cos x + \frac{1}{x} \right) \quad (4)$$

この方法は  $a^x$  の微分を求める場合にも適用できる。

- d. 積分は微分と表裏の関係にあるので、積分で得られる関数型を想定し、それを微分したとき被積分関数が得られるかどうか確かめればよい。
- e. 部分積分の方法はマスターしておくこと。これについては次の機会に具体例に基づいて詳しく説明する。

プリントの裏面には他にも沢山の問題があったが、次回の学習相談にすることにした。

- (2) 次の具体例で説明した。

$$\frac{dy}{dx} = xy$$

$$\frac{dy}{y} = x dx$$

$$\int \frac{dy}{y} = \int x dx$$

$$\ln y = \frac{1}{2} x^2 + c_1$$

$$y = \exp\left(\frac{1}{2} x^2 + c_1\right) = c \times e^{\frac{1}{2} x^2}, \quad c = e^{c_1}$$

最後の  $c = e^{c_1}$  の置き換えがわからなかったということであった。

以上