

12月3日(2024) 学修相談実施報告

Zoom on-line 参加者

二回生 三名

一回生 一名

計四名

質問内容

二回生二名 (質問内容は同じだが、別々に Zoom 参加)

- (1) 数学の質問でも構わないか。今、線形代数のところを習っているが、Schmidt の規格直交化法がよくわからない。

二回生一名

- (1) 物理化学で習っているところで、演習として出された課題、不可逆過程のある過程の仕事効率はカルノーサイクルの熱機関の効率より低くなることを式で証明しなさい、にどのように取り組んだらよいかわからない。

一回生

- (1) 一回生に提供されている化学関係の科目は総て履修しているが、もし単位を取れない科目がいくつか出た時、再履修した方がよいのか、それとも、学年が進むと履修しなければならない科目が増え、それらの勉強に時間がとられると思うので、再履修より、新しい科目の勉強に時間を費やした方がよいか、どうですか。

回答内容

二回生二名

- (1) 二人別々であったが、ほぼ同じ内容を回答した。

質問は教科書の演習問題か、授業で出された演習か、いずれかであったが、私が同じ教科書を持ち合わせていないのと、学生に当該箇所を添付ファイルで送るように言ってみたが、すぐには対応できなかったのと、出来る範囲内での回答になった。さいわい、演習問題が n 次元ではなく、3次元のベクトルで、3つのベクトルが3次元の座標 $\mathbf{v}_1 = (1, 1, 0)$ 、 $\mathbf{v}_2 = (1, 0, 1)$ 、 $\mathbf{v}_3 = (0, 1, 1)$ で与えられているものであったので、Schmidt の規格直交化法がどういうものかの説明はせずに、与えられた3次元の3つのベクトルから、規格直交化された3次元ベクトルの底となるものを求めるとは、どういうことかについて、ベクトルの図を2つ描いて、規格直交とはどういうことかを図1に基づいて、問題で与えられた3つベクトルがお互いに直交していないことを図2に基づいて詳しく説明した。

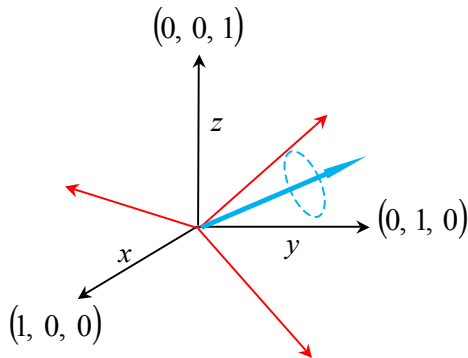


図1 直角座標系と直交ベクトルの座標

直交ベクトルは一義的でなく、青色矢印の周りに直交ベクトルを回転してできる無数の直交ベクトル(つまり底)がある。

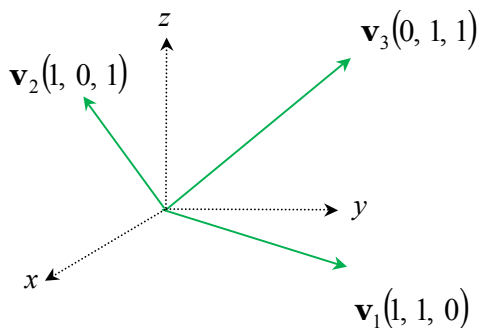


図2 直交座標系で表示した3つのベクトル

$\mathbf{v}_1 = (1, 1, 0)$ 、 $\mathbf{v}_2 = (1, 0, 1)$ 、 $\mathbf{v}_3 = (0, 1, 1)$
これらのベクトルが直交していないことは明らか。また、これらのベクトルから直交ベクトルの組(一義的ではない)を作成することは容易。

Schmidt の方法そのものの説明は、式の形がわからなかったので、しなかった。

二回生一名

(1) 不可逆過程を含む循環熱機関の仕事効率が、可逆カルノーサイクルからなる熱機関の仕事効率より小さくなることを(一般的な)式で示すのはとても難しい問題なので、まず、次の点を概念として理解することから始めてはどうか。

(a) 熱機関の仕事効率 η は式(1)で表されること、

$$\eta = \frac{W(\text{熱機関がした仕事エネルギー})}{Q(\text{高熱源から得た熱エネルギー})} \quad (1)$$

カルノーサイクルでは、熱機関は高熱源から q_h の熱エネルギーを得、低熱源に $q_l > 0$ の熱エネルギーを捨て、その差 $q_h - q_l$ が仕事エネルギーとして仕事に使われる。したがって、式(1)より仕事効率は式(2)のように表すことができ、それからわかるように、常に1より小さい。

$$\eta = \frac{W(\text{熱機関がした仕事エネルギー})}{Q(\text{高熱源から得た熱エネルギー})} = \frac{q_h - q_l}{q_h} = \frac{T_h - T_l}{T_h} < 1 \quad (2)$$

(学生には式(2)の前半だけで、後半については言及しなかった。)

(b) 不可逆過程を含む熱機関とはどのような機関なのか。たとえば、簡単にはピストンシリンダー

に生じる摩擦が考えられるが、その際仕事効率を式(1)に基づいて考えると、 Q は変わらないとして、仕事エネルギーに使える W が減少することがわかる。その結果仕事効率は式(2)より小さくなる。

(c)ごく一般的に循環熱機関の1サイクルの P-V 図が下のような閉曲線で与えられるとすると、その仕事効率は、閉曲線に接する(極大、極小のところ)カルノーサイクルで表される理想的熱機関の仕事効率より小さいことは、図に示されているように、多数のカルノーサイクルに分けて考えると理解できる、と図を描いて説明。

以上の説明で回答を終え、式で証明することは出来なかったが、学生が熱機関の仕事効率と不可逆過程との関係について理解が進むことを期待した。

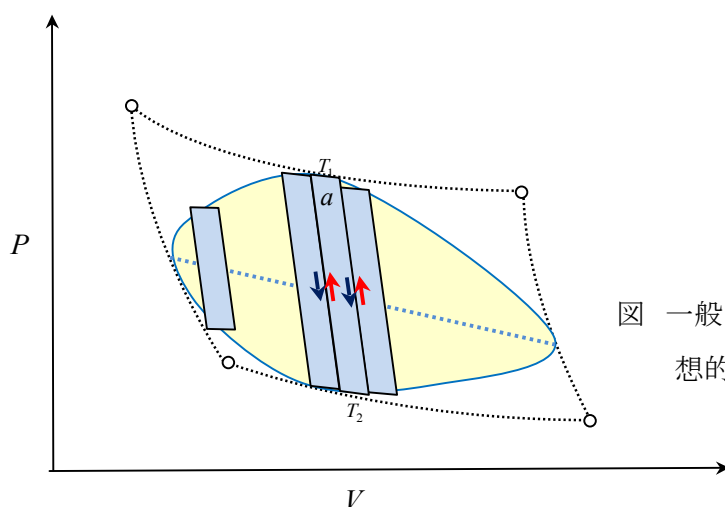


図 一般的な循環サイクルとそれに接する理想的カルノーサイクルの P-V 図

一回生

(1)一回生に提供されている化学系科目は、化学の基礎として大切なものばかりだから、一回生終了時に単位が取得できなかった科目がもしもあったら、再履修して勉強した方が良いと思うが、今後、上級回生で履修しなければならない科目や、それらの勉強に費やしなければならない時間との兼ね合いになるのは確かだと思う。しかし上級生になれば自ずと知識も増えて来るので、それほど負担にならないで再履修で単位が取れるようになると思う。少なくとも一回生に提供されている化学系の科目は大切な基礎なので、単位はすべて取得するようにした方が良いと思う。

(以上)