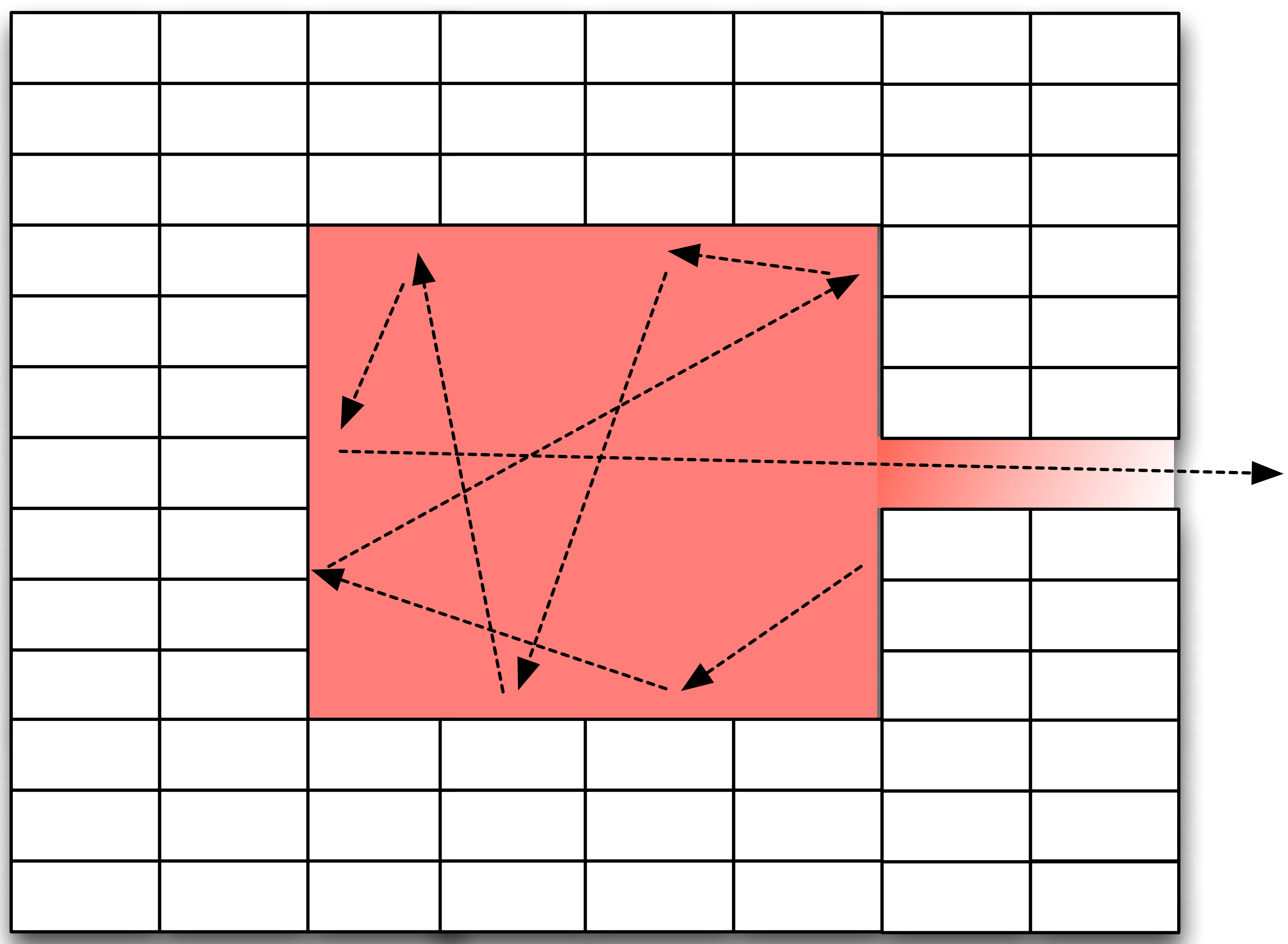
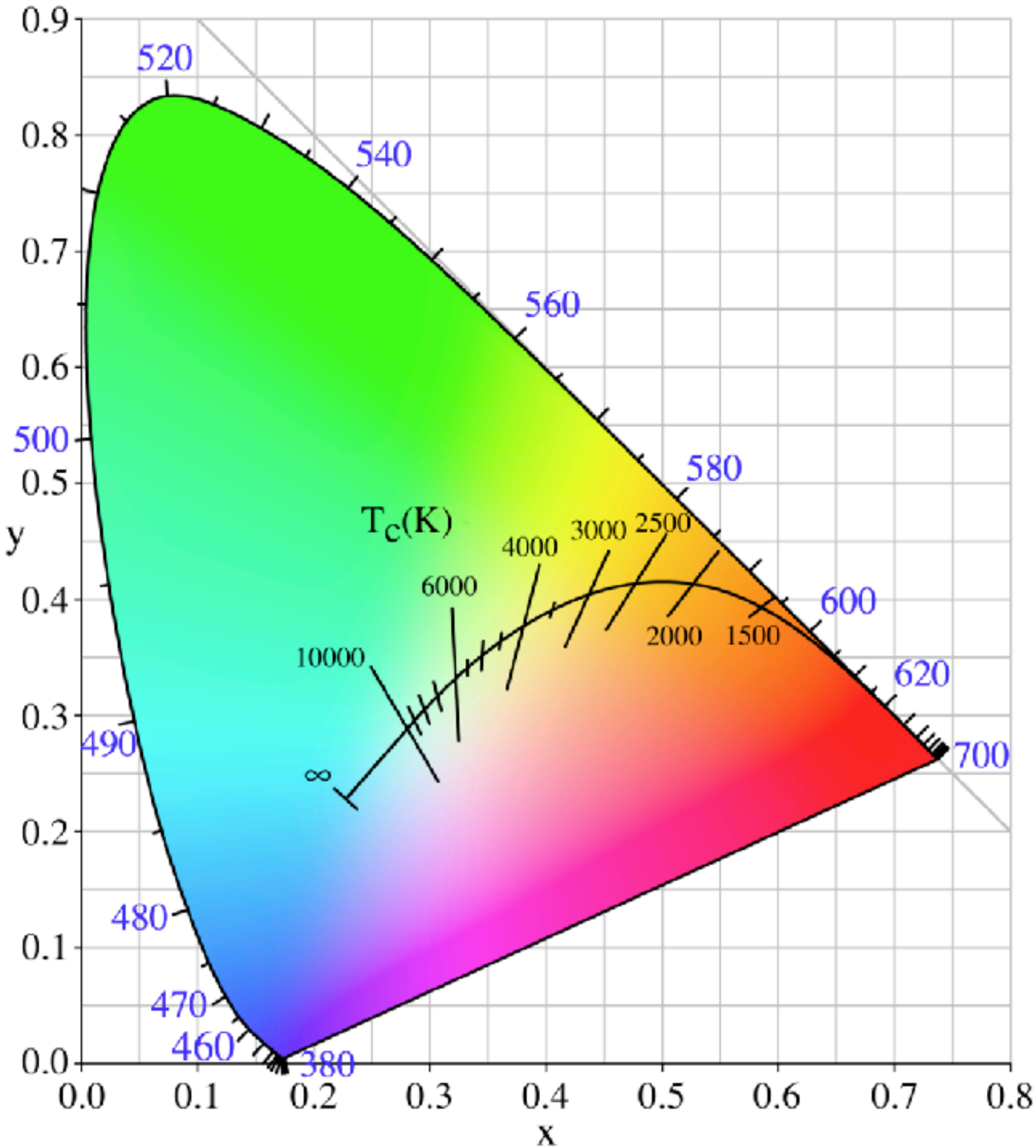
黒体輻射

black-body radiation



温度	色	スペクトル型	冬の 1 等星
60,000-29,000	青	O	---
29,000-10,000	青〜青白	B	リゲル
10,000-7,500	白	A	カストル、シリウス
7,500-6,000	黄白	F	プロキオン
6,000-5,300	黄	G	カペラ
5,300-3,900	橙	K	アルデバラン、ポルックス
3,900-2,500	赤	M	ベテルギウス


1000K
2000K
3000K
4000K
5000K
6000K
7000K
8000K
9000K
10000K


520
540
560
580
600
620
700
500
490
480
470
460
380
T_C(K)
10000
6000
4000
3000
2500
2000
1500
∞
0.9
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0.0
y
0.0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
x

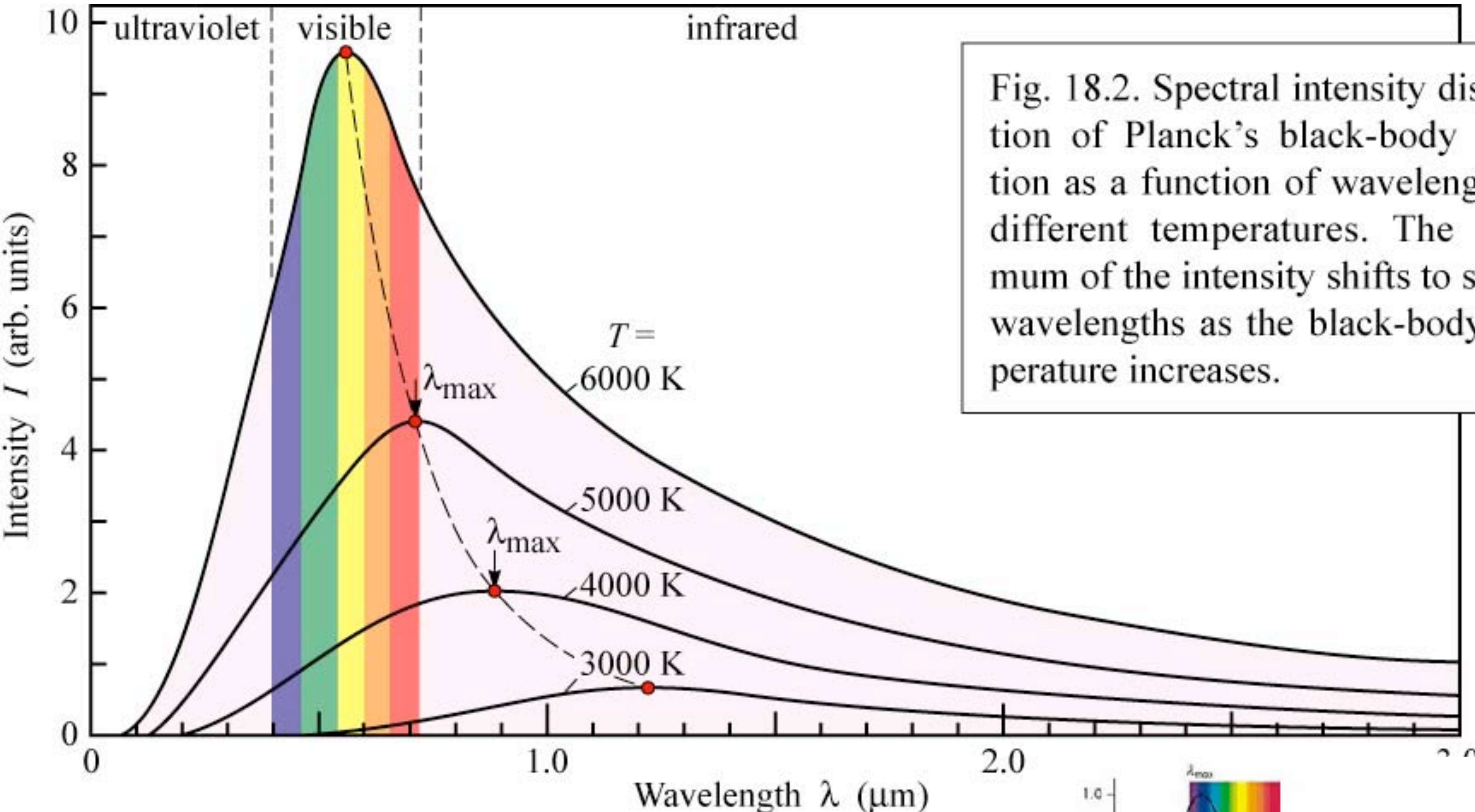
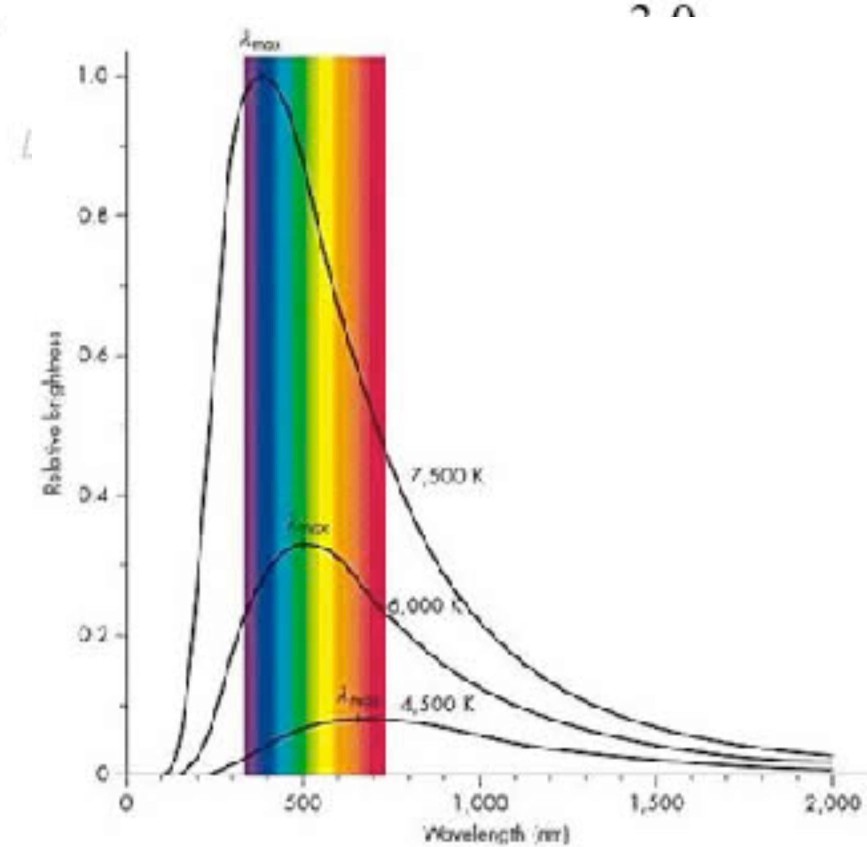


Fig. 18.2. Spectral intensity distribution of Planck's black-body radiation as a function of wavelength for different temperatures. The maximum of the intensity shifts to shorter wavelengths as the black-body temperature increases.

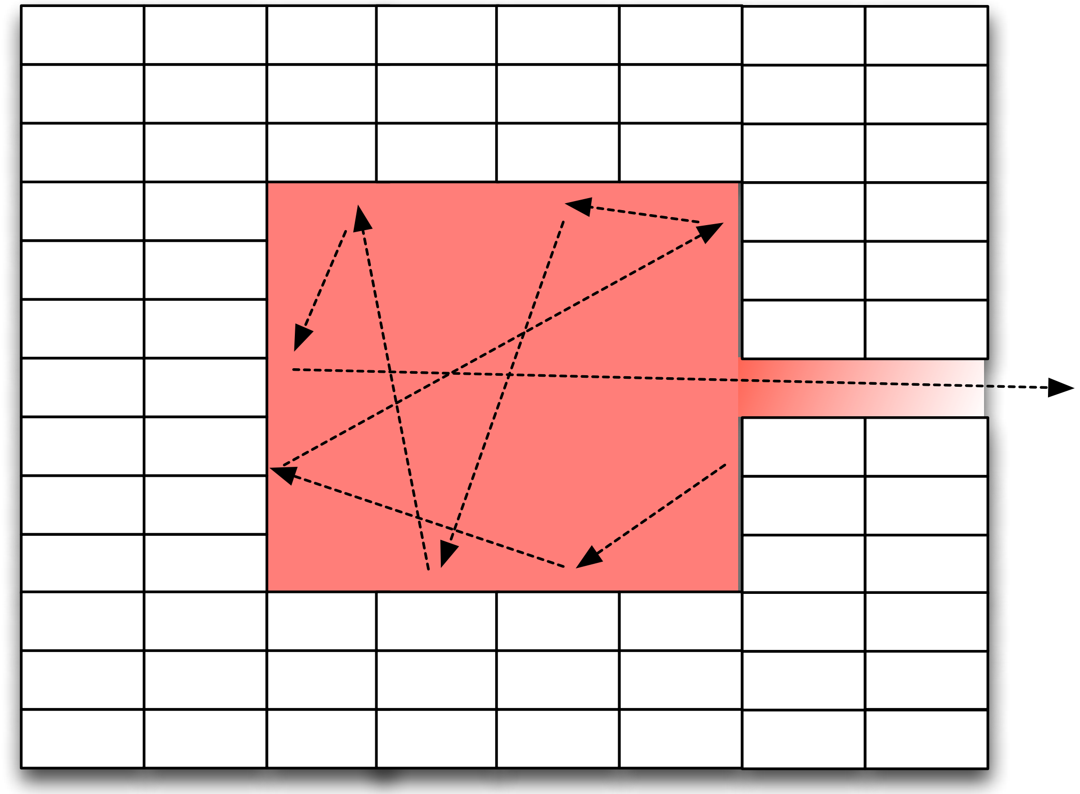
色	波長 nm	振動数 THz
赤（Red)	780 - 640	384 - 468
橙（Orange)	640 - 590	468 - 508
黄（Yellow)	590 - 550	508 - 545
緑（Green)	550 - 490	545 - 612
青(Blue)	490 - 430	612 - 697
紫（Violet)	430 - 380	697 - 789



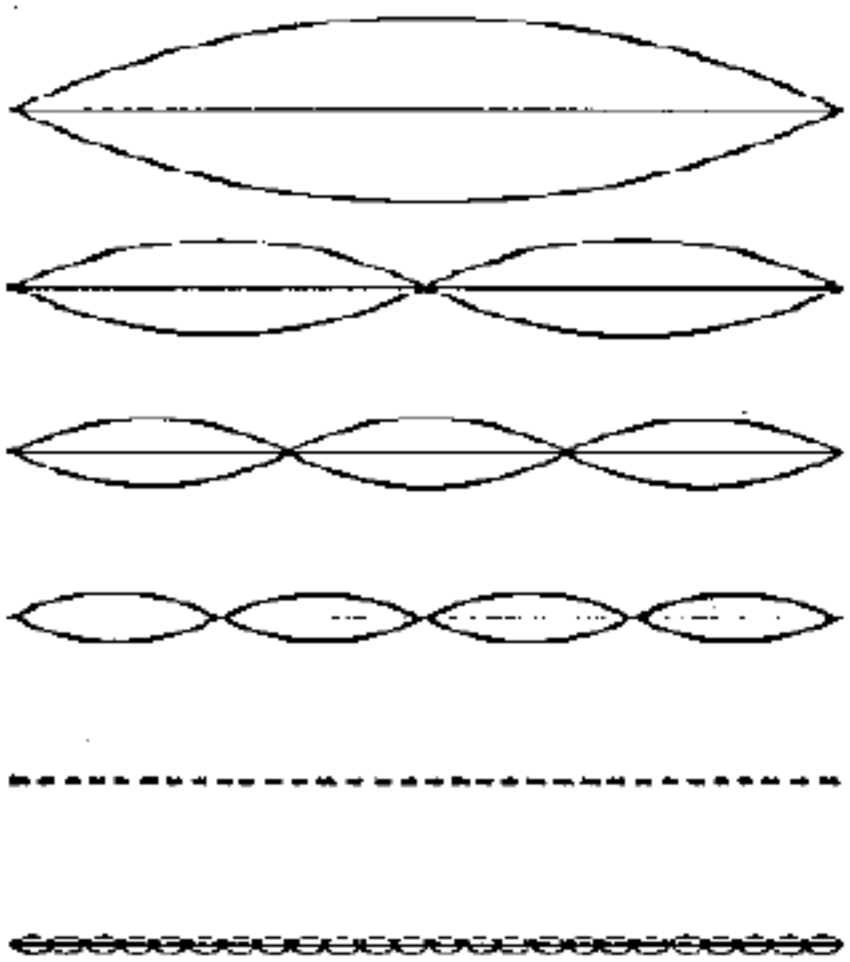
理屈は？

Rayleigh-Einstein-Jeans

電磁気学＋古典統計力学



can allow light waves with any frequency



$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi\nu}{c}$$

2 polarization
for transverse wave

DOS $$Z(k)dk = 2\frac{4\pi k^2 dk}{(\Delta k)^3} = \frac{k^2 L^3 dk}{2\pi^2}, \quad \Delta k = \frac{2\pi}{L}$$

$$Z(\nu)d\nu = 2\frac{L^3 8\pi^3 \nu^2 k^2 d\nu}{2\pi^2 c^3} = \frac{8\pi L^3 \nu^2}{c^3} d\nu$$

$$\boxed{U(\nu)d\nu = \frac{1}{L^3} k_{\mathrm{B}} T \frac{8\pi L^3 \nu^2}{c^3} d\nu = \frac{8\pi k_{\mathrm{B}} T \nu^2}{c^3} d\nu}$$

Energy density $\propto \nu^2$

Wienの経験則

熱力学的な考察から(略)

$$\boxed{U(\nu)d\nu = \frac{8\pi h}{c^3} e^{-h\nu/k_{\mathrm{B}}T} \nu^3 d\nu}$$

Plankの公式

$$\boxed{U(\nu)d\nu = \frac{8\pi h}{c^3}\frac{1}{e^{h\nu/k_{\mathrm{B}}T}-1}\nu^3 d\nu}$$

Wienの経験則が振動数の高いところで実験結果に良く合うのは知っていた。低振動数で，振動数の二乗に比例する実験結果をいち早く知り得たので，Wienの経験則をつなぐ式を模索した。Rayleugh-Einstein-Jeansの結果は知らなかったようである。(田崎　統計力学）

$$h\nu >> k_{\mathrm{B}}T$$

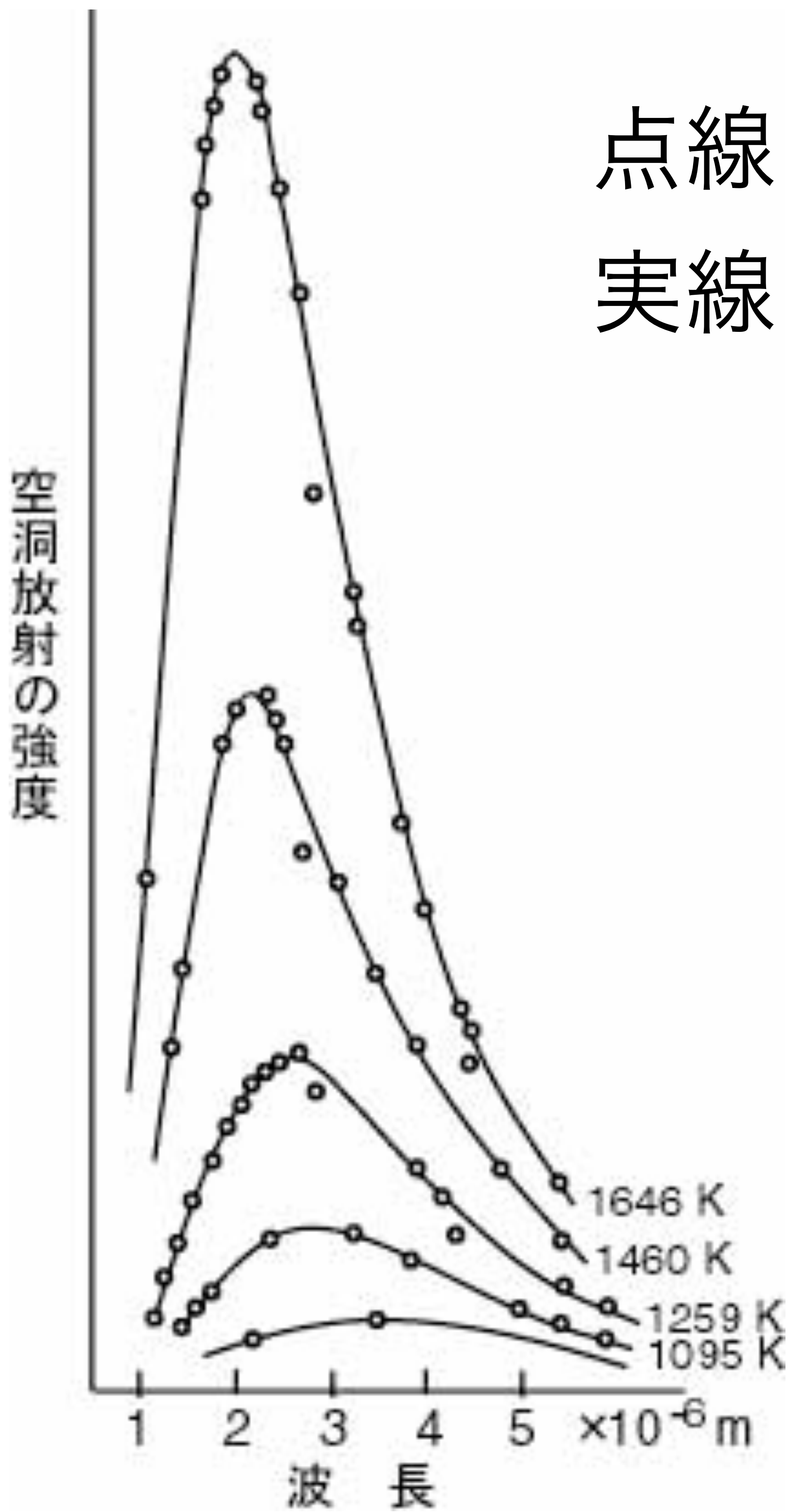
$$\frac{1}{e^{h\nu/k_{\mathrm{B}}T}-1} \simeq \frac{1}{e^{h\nu/k_{\mathrm{B}}T}} = e^{-h\nu/k_{\mathrm{B}}T}$$

→Wien経験則

$$h\nu << k_{\mathrm{B}}T$$

$$\frac{1}{e^{h\nu/k_{\mathrm{B}}T}-1} \simeq \frac{1}{1-h\nu/k_{\mathrm{B}}T-1} = \frac{k_{\mathrm{B}}T}{h\nu}$$

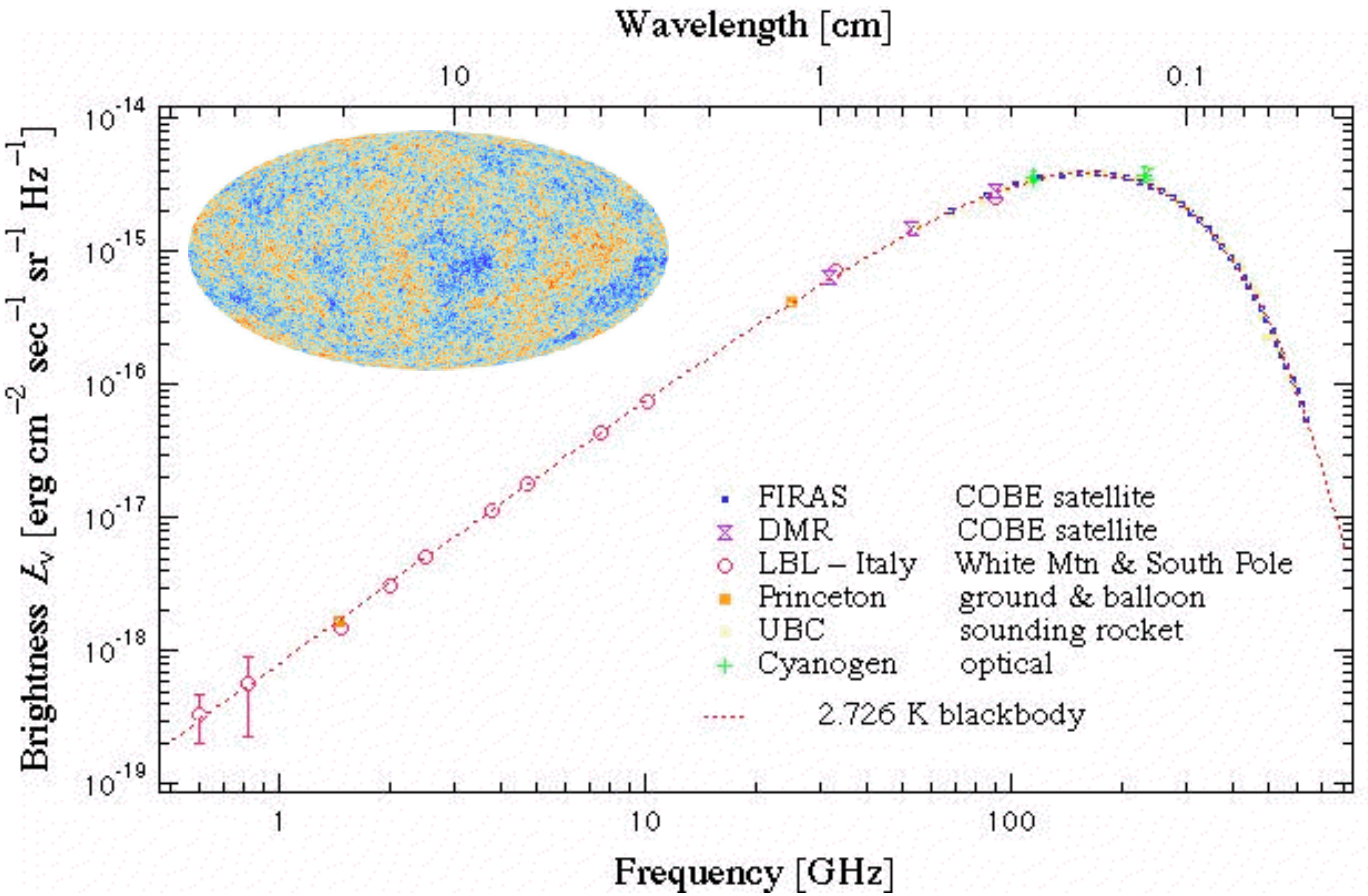
→Rayleigh-Einstein-Jeans



点線：測定値

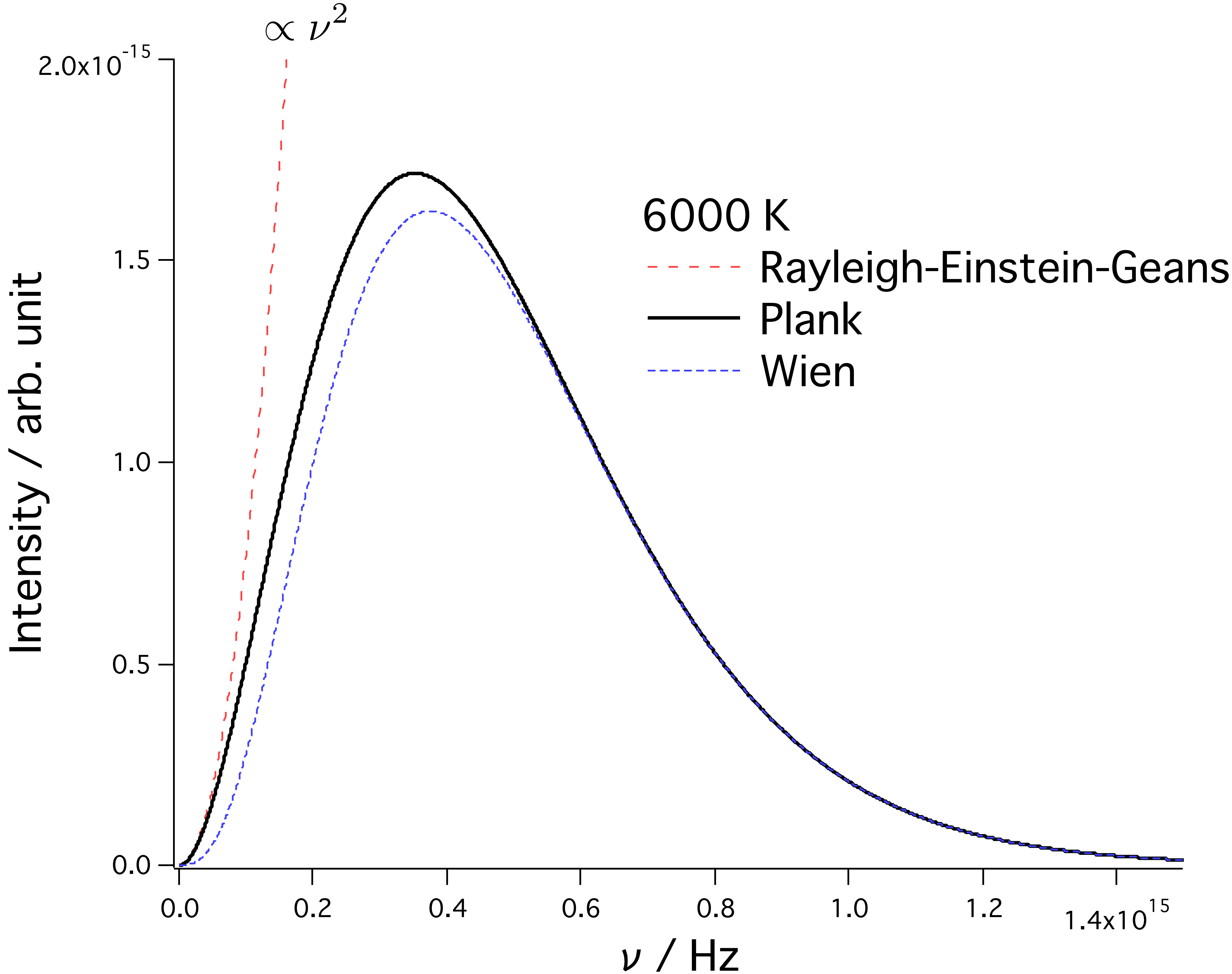
実線：Plankの公式

Rayleigh-Einstein-Jeans
電磁気学＋古典統計力学
で破綻！
↓
量子力学

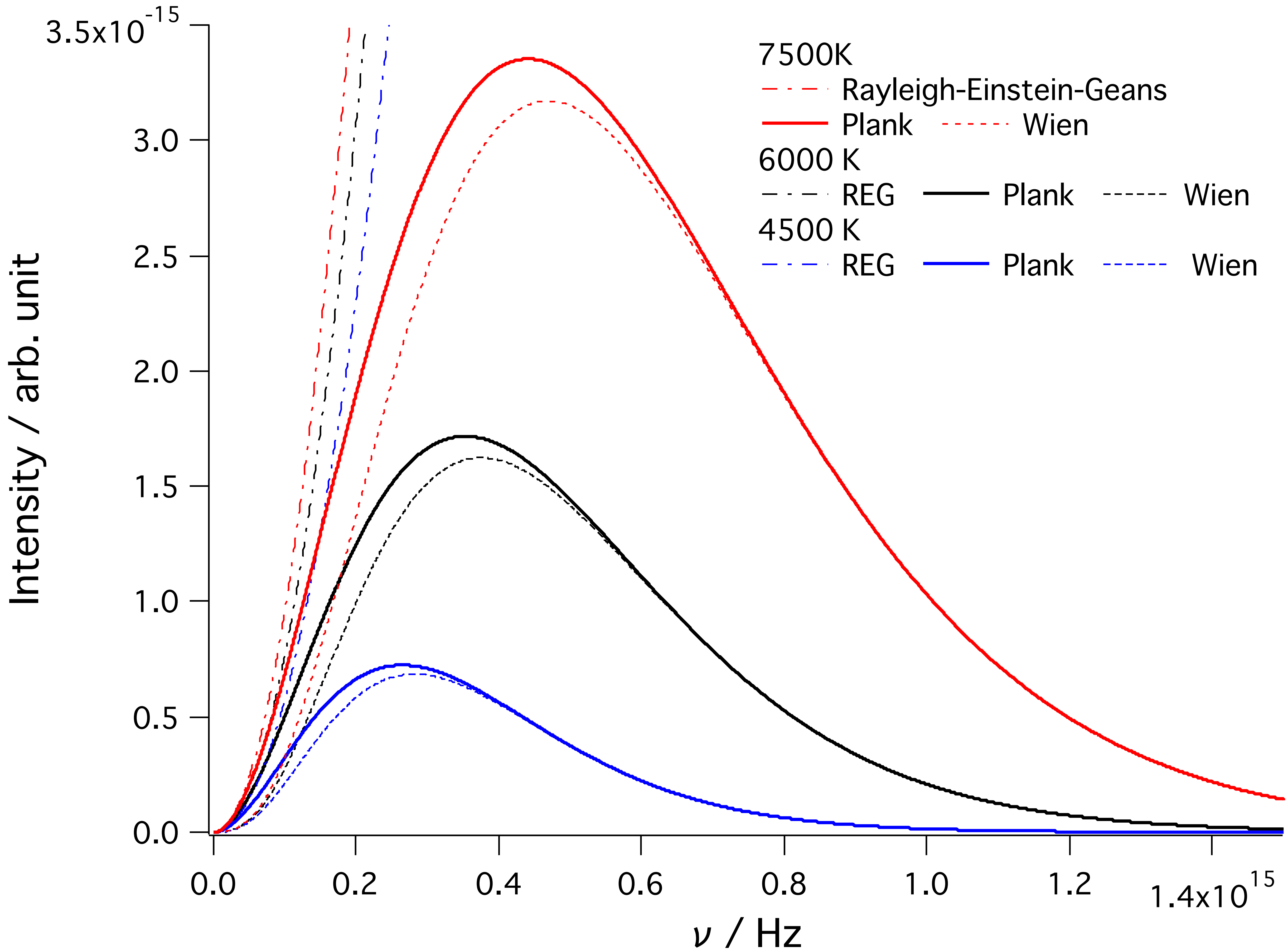


FIRAS(Far Infrared Absolute Spectrophotometer) has shown that the cosmic microwave background spectrum matches that of a blackbody of temperature 2.726K with a precision of 0.03% of the peak intensity over a wavelength range 0.1 to 5 mm.

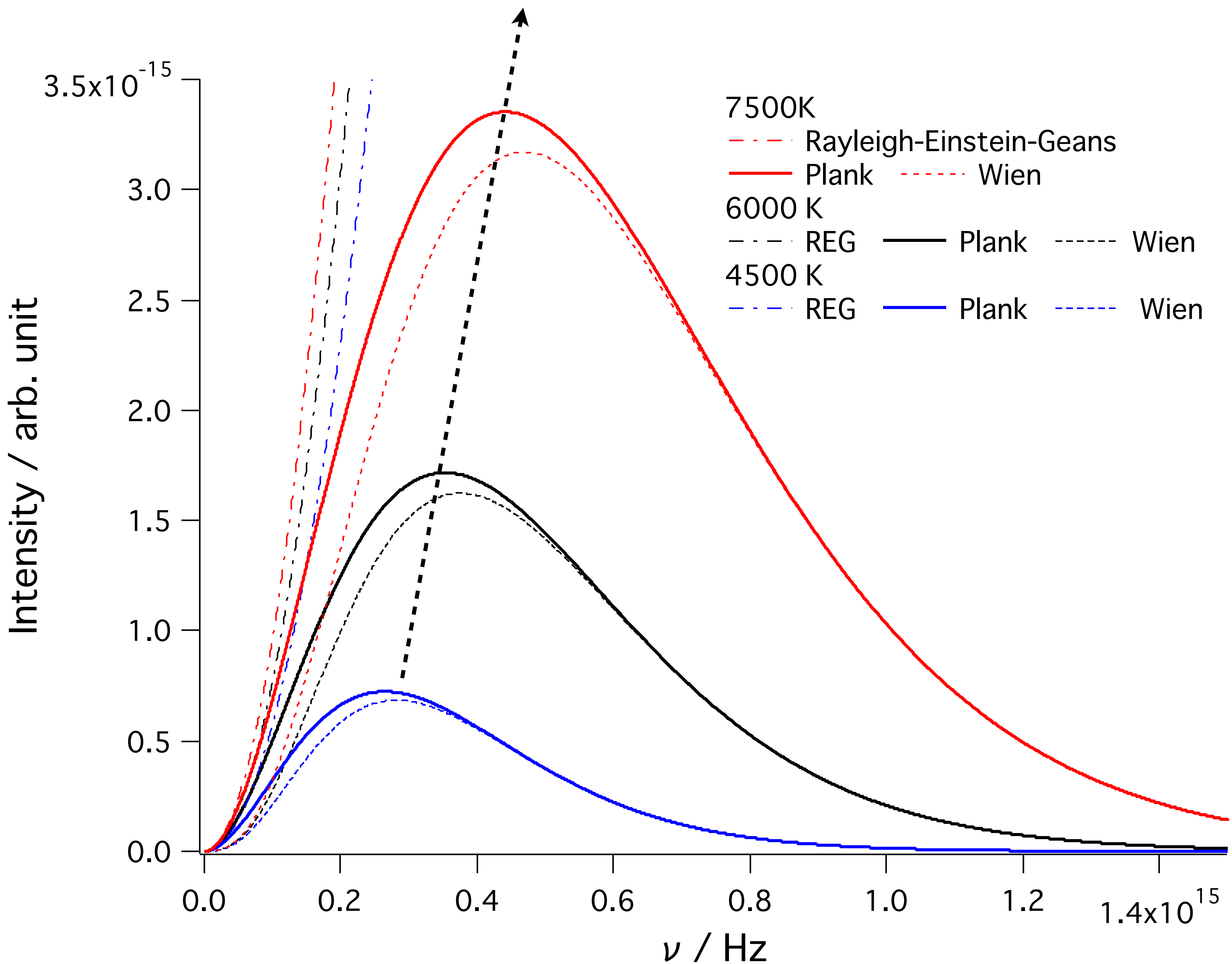
http://aether.lbl.gov/www/projects/cobe/CMB_intensity.gif



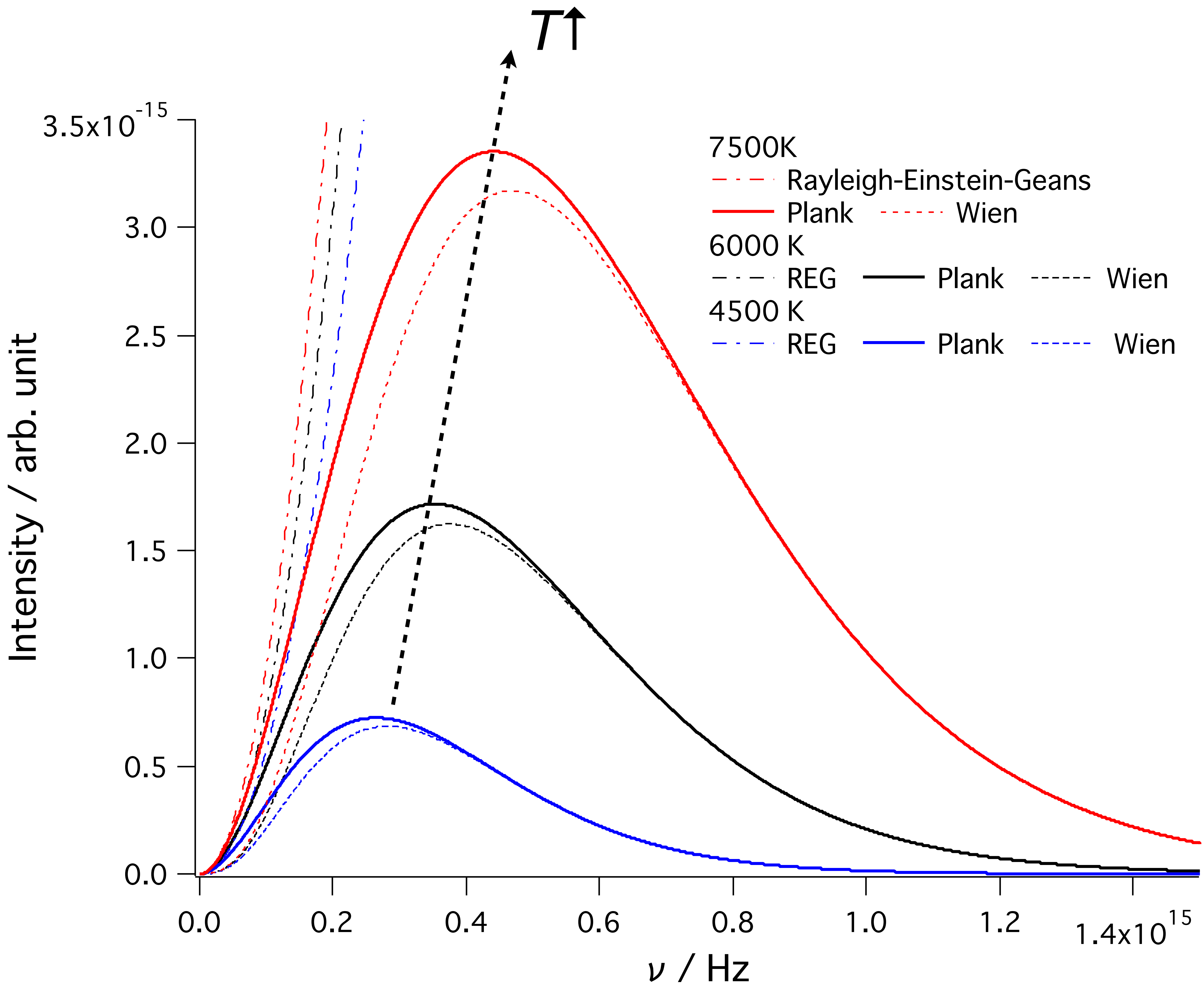
$\propto \nu^2$
2.0x10^-15
1.5
1.0
0.5
0.0
Intensity / arb. unit
6000 K
Rayleigh-Einstein-Geans
Plank
Wien
0.0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0
1.2
1.4x10^15
ν / Hz



7500K
Rayleigh-Einstein-Geans
Plank
Wien
6000 K
REG
Plank
Wien
4500 K
REG
Plank
Wien
3.5x10-15
3.0
2.5
2.0
1.5
1.0
0.5
0.0
Intensity / arb. unit
0.0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0
1.2
1.4x10 15
ν / Hz



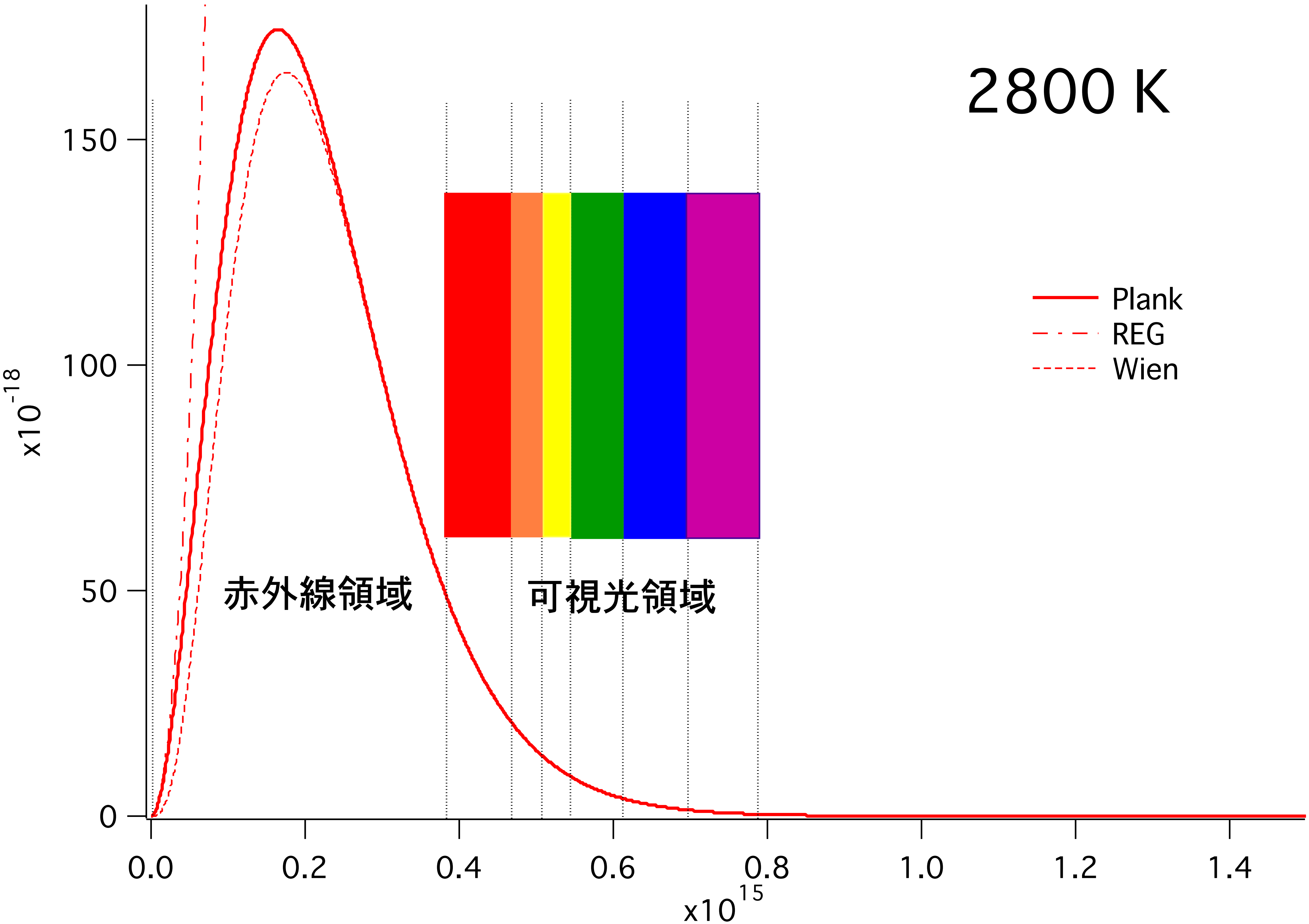
3.5x10-15
3.0
2.5
2.0
1.5
1.0
0.5
0.0
Intensity / arb. unit
0.0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0
1.2
1.4x1015
ν / Hz
7500K
Rayleigh-Einstein-Geans
Plank
Wien
6000 K
REG
Plank
Wien
4500 K
REG
Plank
Wien



T↑
7500K
Rayleigh-Einstein-Geans
Plank
Wien
6000 K
REG
Plank
Wien
4500 K
REG
Plank
Wien
Intensity / arb. unit
3.5x10^-15
3.0
2.5
2.0
1.5
1.0
0.5
0.0
0.0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0
1.2
1.4x10^15
ν / Hz

- 裏には，電球・電灯の開発競争　(ドイツ・ジーメンス，米・GE，英・スワン）
- 規格作り（規格を作ったものが利益をえる，**de facto standard**），光度
- 最大限の可視光光度を得るには？　温度依存性？　赤外線放射？

原子・分子論をどのように基礎づけるのかということもあったが，実は電球・電灯の開発競争が裏にある。可能な限り多くの光をだすにはどうしたらいいのか？という問題を解決することが競争に勝つために必要であった。（溶鉱炉の温度の問題ではないようだ）光のスペクトルの温度依存性の測定とくに赤外線領域がWienの法則と一致するのかしないのかが大問題であった。ドイツのベルリンで，分光実験測定技術の精度向上によるスペクトルが得られたことである。（一般照明用100Wの電球フィラメントの温度は2800　K．入力電力に対する可視光変換効率は10%で，赤外線放射が約70％もある。）　理論的には，Wienの熱力学をベースとした実験式と電磁気学と熱力学をベースとしたRayleigh-Einstein-Geans式があったが，どちらもスペクトルを完全に説明することは出来なかった。プランクはこの２つの理論式を説明するために，両者の橋渡しの実験式を作った。それは，実験と非常に一致する式で，実用面ではそれでOKであったがその理論的解釈が困難であった。解釈は，プランク自身がおこなったもので量子という概念がここに誕生した。皮肉なことに，プランクはその後の，電子・原子・分子への量子力学の発展には反対の意見を唱えていた。



2800 K
Plank
REG
Wien
赤外線領域
可視光領域
150
100
50
0
x10-18
0.0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0
1.2
1.4
x10 15

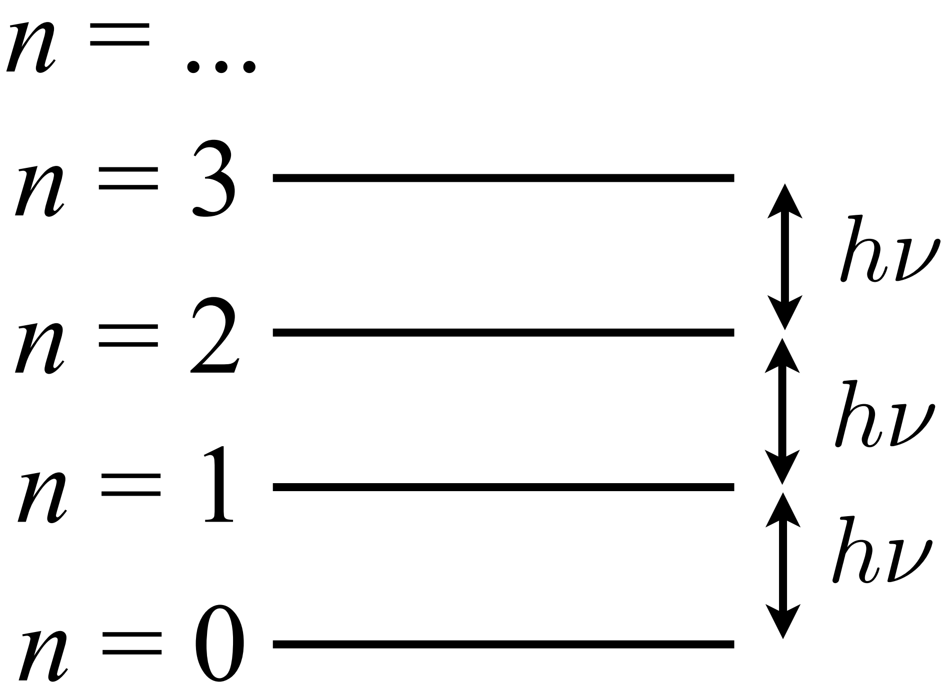
Planckの公式をどのように解釈したらいいのか？

光の振動子のエネルギーは$h\nu$を単位として飛び飛びであるという量子仮説(Plank 1900 Dec.)

Plankは，「量子化」とは電磁場と物質の相互作用の様子を変更することと考えていた。

Einstein(1905) 光量子仮説：光（電磁場）そのものを量子化すべき

統計力学



$$p_n = e^{-\beta E_n}, \quad \beta = \frac{1}{k_\mathrm{B} T}$$

$$E_n = nh\nu$$

$$Q = \sum_n p_n = \sum_n e^{-\beta E_n}$$

$$\langle E \rangle = \frac{\sum_n E_n p_n}{\sum_n p_n} = \frac{\sum_n E_n e^{-\beta E_n}}{Q}$$

$$-\frac{\partial Q}{\partial \beta} = \sum_n E_n e^{-\beta E_n}$$

$$\langle E \rangle = \frac{-\partial Q / \partial \beta}{Q}$$

$$Q = \sum_n e^{-\beta E_n} = \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\beta n h\nu}$$

$$Q = 1 + e^{-\beta h\nu} + e^{-2\beta h\nu} + e^{-3\beta h\nu} + ...$$

$$- \quad e^{-\beta h\nu} Q = \quad + e^{-\beta h\nu} + e^{-2\beta h\nu} + e^{-3\beta h\nu} + ...$$

$$(1 - e^{-\beta h\nu})Q = 1$$

$$Q = \frac{1}{1 - e^{-\beta h\nu}}$$

$$-\frac{\partial Q}{\partial \beta} = -\frac{(-1)(-1)(-h\nu)e^{-\beta h\nu}}{(1 - e^{-\beta h\nu})^2} = \frac{h\nu e^{-\beta h\nu}}{(1 - e^{-\beta h\nu})^2}$$

$$\langle E \rangle = h\nu \frac{e^{-\beta h\nu}}{1 - e^{-\beta h\nu}} = h\nu \frac{1}{e^{\beta h\nu} - 1}$$

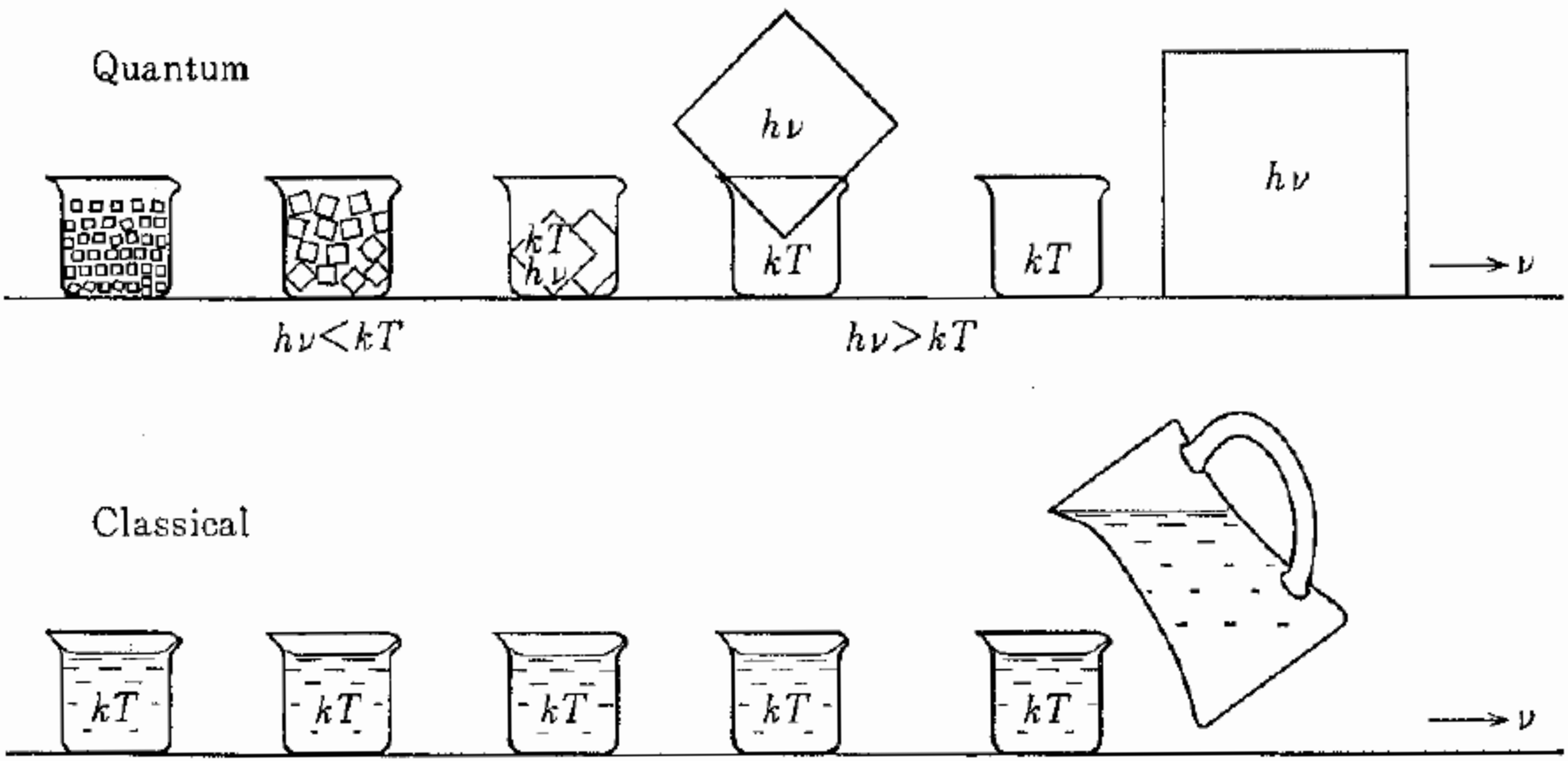


図 **11**　古典論と量子論における分配法則