

光子の運動量： The momentum of light

(From The Feynman Lectures on Physics, Volume I, Chap. 34
Relativistic Effects in Radiation, Section 34-9)

Masahiro Yamamoto

September 29, 2021

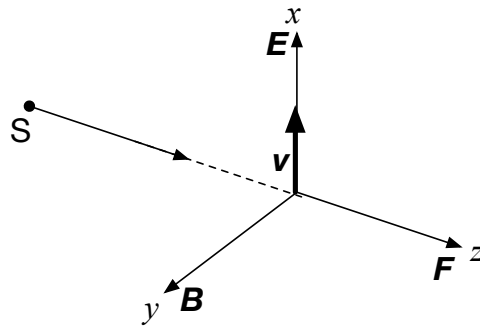


Figure 1: The magnetic force on a charge which is driven by the electric field is in the direction of the light beam. 電場によって駆動される電荷への磁気力は、光ビームの方向になります。

以下原文の英語を左のカラムに、右のカラムにその日本語訳 (DeepL での翻訳を個人的に修正) を示しております。

Now we turn to a different topic. We have never, in all our discussion of the past few chapters, said anything about the effects of the *magnetic* field that is associated with light. Ordinarily, the effects of the magnetic field are very small, but there is one interesting and important effect which is a consequence of the magnetic field. Suppose that light is coming from a source and is acting on a charge and driving that charge up and down. We will suppose that the electric field is in the x -direction, so the motion of the charge is also in the x -direction: it has a position x and a velocity v , as shown in Fig. 34-13. The magnetic field is at right angles to the electric field. Now as the electric field acts on the charge and moves it up and down, what does the magnetic field do? The magnetic field acts on the charge (say an electron) only when it is moving; but the electron is moving, it is driven by the electric field, so the two of them work together: While the thing is going up and down it has a velocity and there is a force on it, B times v times q ; but in which *direction* is this force? *It is in the direction of the propagation of light.* Therefore, when light is shining on a charge and it is oscillating in response to that light, there is a driving force in the direction of the light beam. This is called *radiation pressure* or light pressure.

さて、ここで話は変わってきます。これまでの数章では、光に付随する磁場の影響については一切触れてきませんでした。通常、磁場の影響は非常に小さいものですが、磁場の結果として1つの興味深く重要な影響があります。光源からの光が電荷に作用して、その電荷を上下に動かしているとします。電界は x 方向にあると仮定し、電荷の動きも x 方向になります。図 34-13 に示すように、位置 x と速度 v を持ちます。磁界は電界と直角になっています。さて、電界が電荷に作用して上下に動かすと、磁界はどうなるでしょうか。磁場が電荷 (電子) に作用するのは、電子が動いているときだけです、電子が動いているのは電場の力を受けているからで、両者は一緒に働いています。物体が上下に動いている間は速度があり、 $B \times v \times q$ の力が働きますが、この力はどの方向に働くのでしょうか？ **それは、光の伝播方向です。** したがって、電荷に光を当て、その光に反応して電荷が振動している場合、光の方向に駆動力が働くことになります。これを放射圧または光圧といいます。

Let us determine how strong the radiation pressure is. Evidently it is $F = qvB$ or, since everything is oscillating, it is the *time average* of this, $\langle F \rangle$. From (34.2) the strength of the magnetic field is the same as the strength of the electric field divided by c , so we need to find the average of the electric field, times the velocity, times the charge, times $1/c$: $\langle F \rangle = q\langle vE \rangle/c$. But the charge q times the field E is the electric force on a charge, and the force on the charge times the velocity is the work dW/dt being done on the charge! Therefore the force, the “pushing momentum,” that is delivered per second by the light, is equal to $1/c$ times the *energy absorbed* from the light per second! That is a general rule, since we did not say how strong the oscillator was, or whether some of the charges cancel out. *In any circumstance where light is being absorbed, there is a pressure.* The momentum that the light delivers is always equal to the energy that is absorbed, divided by c :

$$\langle F \rangle = (dW/dt)/c \quad (34.24)$$

That light carries energy we already know. We now understand that it also carries *momentum*, and further, that the momentum carried is always $1/c$ times the energy.

When light is emitted from a source there is a recoil effect: the same thing in reverse. If an atom is emitting an energy W in some direction, then there is a recoil momentum $p = W/c$. If light is *reflected* normally from a mirror, we get twice the force.

That is as far as we shall go using the classical theory of light. Of course we know that there is a quantum theory, and that in many respects light acts like a particle. The energy of a light-particle is a constant times the frequency:

$$W = h\nu = \hbar\omega \quad (34.25)$$

We now appreciate that light also carries a momentum equal to the energy divided by c , so it is also true that these effective particles, these *photons*, carry a momentum

$$p = W/c = \hbar\omega, \quad c = \hbar k. \quad (34.26)$$

The *direction* of the momentum is, of course, the direction of propagation of the light. So, to put it in vector form,

$$W = \hbar\omega, \quad \mathbf{p} = \hbar\mathbf{k}. \quad (34.27)$$

We also know, of course, that the energy and momentum of a particle should form a four-vector. We have just discovered that ω and \mathbf{k} form a four-vector. Therefore it is a good thing that (34.27) has the same constant in both cases; it means that the quantum theory and the theory of relativity are mutually consistent.

輻射圧の強さを調べてみましょう。明らかにそれは $F = qvB$ であり、あるいはすべてが振動しているので、この時間平均である $\langle F \rangle$ である。(34.2) から、磁場の強さは電場の強さを c で割ったものと同じなので、電場の平均、速度の平均、電荷の平均、 $1/c$ の平均を求める必要があります: $\langle F \rangle = q\langle vE \rangle/c$ 。しかし、電荷 q に電場 E をかけたものが電荷にかかる電気力であり、電荷にかかる力に速度をかけたものが電荷にかかる仕事 dW/dt ですしたがって、光によって 1 秒間に与えられる力、つまり「押す勢い」は、1 秒間に光から吸収されるエネルギーの $1/c$ 倍に相当します。これは一般的な法則です。振動子の強さや、電荷の一部が相殺されるかどうかは言いませんでした。**光が吸収されている状況では、どんな場合でも圧力がかかっている。** 光の勢いは、吸収されたエネルギーを c で割ったものと常に等しい。

$$\langle F \rangle = (dW/dt)/c \quad (34.24)$$

光がエネルギーを運ぶことはすでに知っています。さらに、その運動量は常にエネルギーの $1/c$ 倍であることも理解しています。

光源から光が放出されると反跳効果がありますが、これは逆の場合も同じです。原子がある方向にエネルギー W を放出しているとする、反跳運動量 $p = W/c$ となります。光が鏡から正常に反射されると、2 倍の力が得られます。

ここまです、古典的な光の理論である。もちろん、私たちは量子論があることを知っており、多くの点で光が粒子のように振る舞うことを知っています。光粒子のエネルギーは、定数に周波数をかけたものです。

$$W = h\nu = \hbar\omega \quad (34.25)$$

ここで、光はエネルギーを c で割った値に等しい運動量を持っていることがわかりました。したがって、これらの有効な粒子である光子が運動量を持っていることも事実です。

$$p = W/c = \hbar\omega, \quad c = \hbar k. \quad (34.26)$$

運動量の方向は、もちろん、光の伝搬方向です。そこで、ベクトル形式にすると

$$W = \hbar\omega, \quad \mathbf{p} = \hbar\mathbf{k}. \quad (34.27)$$

もちろん、粒子のエネルギーと運動量は 4 ベクトルを形成するはずだということもわかっています。私たちは、 ω と \mathbf{k} が 4 ベクトルを形成することを発見したところです。したがって、(34.27) がどちらの場合も同じ定数であることは、量子論と相対性理論が相互に矛盾しないことを意味しています。

Equation (34.27) can be written more elegantly as $\mathbf{p}_\mu = \hbar\mathbf{k}_\mu$, a relativistic equation, for a particle associated with a wave. Although we have discussed this only for photons, for which k (the magnitude of \mathbf{k}) equals ω/c and $p = W/c$, the relation is much more general. In quantum mechanics all particles, not only photons, exhibit wavelike properties, but the frequency and wave number of the waves is related to the energy and momentum of particles by (34.27) (called the de Broglie relations) even when p is not equal to W/c .

In the last chapter we saw that a beam of right or left circularly polarized light also carries angular momentum in an amount proportional to the energy E of the wave. In the quantum picture, a beam of circularly polarized light is regarded as a stream of photons, each carrying an angular momentum $\pm\hbar$, along the direction of propagation. That is what becomes of polarization in the corpuscular point of view—the photons carry angular momentum like spinning rifle bullets. But this “bullet” picture is really as incomplete as the “wave” picture, and we shall have to discuss these ideas more fully in a later chapter on Quantum Behavior.

式 (34.27) は、よりエレガントに書くと、 $\mathbf{p}_\mu = \hbar\mathbf{k}_\mu$ という相対論的な式になり、波と結びついた粒子を表すことができます。ここでは、 k (\mathbf{k} の大きさ) が ω/c に等しく、 $p = W/c$ である光子についてのみ説明しましたが、この関係はもっと一般的です。量子力学では、光子に限らずすべての粒子が波のような性質を示しますが、 p が W/c に等しくなくても、波の周波数や波数と粒子のエネルギーや運動量は (34.27) で関係しています (ドブロイ関係といいます)。

前章では、右円または左円の偏光ビームも、波のエネルギー E に比例した量の角運動量を持つことを見ました。量子力学的には、円偏光の光は、伝播方向に角運動量 $\pm\hbar$ を持つ光子の流れと考えられます。これが、円偏光の視点での偏光であり、光子は回転するライフルの弾丸のように角運動量を持っています。しかし、この「弾丸」の図式は、「波」の図式と同様に不完全なものであり、これらの考え方については、後の「量子的挙動」の章で詳しく説明しなければなりません。