以下の化学反応においてAの濃度変化は，n 次反応速度式で与えられる。

nA → B

$$-\frac{\mathrm{d}c_{\mathrm{A}}}{\mathrm{d}t}=k_n c_{\mathrm{A}}{}^{n},-c_{\mathrm{A}}{}^{-n}\mathrm{d}c_{\mathrm{A}}=k_n\mathrm{d}t,-\int_{c_{\mathrm{A,0}}}^{c_{\mathrm{A}}}\frac{1}{-n+1}c'_{\mathrm{A}}{}^{-n+1}\mathrm{d}c'_{\mathrm{A}}=k_n\int_0^t\mathrm{d}t'$$

$$-\frac{1}{-n+1}(c_{\mathrm{A}}{}^{-n+1}-c_{\mathrm{A,0}}{}^{-n+1})=k_n t \qquad (*)$$

となる。n=2 が式(11.47)となる。ただし，n=1 の時は上の積分で除外される。式(*)が 0/0 となるからである。このような場合以下のロピタルの定理が使える。

$$\lim_{x\to a}f(x)=\lim_{x\to a}g(x)=0,\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}=\lim_{x\to a}\frac{f'(x)}{g'(x)}$$

ただし, $\lim_{x\to a}f'(x)/g'(x)$ が存在し，$g'(a)\neq 0$ であることが条件である。証明は以下のテーラー展開を使う。

$$\frac{f(x)}{g(x)}\simeq\frac{f(a)+f'(a)(x-a)+...}{g(a)+g'(a)(x-a)+...}\simeq\frac{0+f'(a)(x-a)}{0+g'(a)(x-a)}=\frac{f'(a)}{g'(a)}$$

式(*)で，x=n-1 とおくと，

$$\frac{\left(\dfrac{c_{\mathrm{A,0}}}{c_{\mathrm{A}}}\right)^x-1}{x}=k_n c_{\mathrm{A,0}}^x t,\frac{\mathrm{d}a^x}{\mathrm{d}x}=a^x\ln a,\left(\frac{c_{\mathrm{A,0}}}{c_{\mathrm{A}}}\right)^x\ln\left(\frac{c_{\mathrm{A,0}}}{c_{\mathrm{A}}}\right)=k_n c_{\mathrm{A,0}}^x t$$

$$x=0,\ \ln\left(\frac{c_{\mathrm{A,0}}}{c_{\mathrm{A}}}\right)=k_n t,c_{\mathrm{A}}=c_{\mathrm{A,0}}\exp(-k_n t)$$

となり，n=1 のとき 1 次反応になる。

A,B の初期濃度が等しい場合はどうであろうか？ $\Delta=c_{\mathrm{B,0}}-c_{\mathrm{A,0}}$ とおくと，ln1/0=0/0 となる。$c_{\mathrm{P}}=c_{\mathrm{A,0}}-c_{\mathrm{A}}$ であり，式(11.50)の左辺は,

$$\frac{1}{\Delta}\ln\frac{c_{\mathrm{A,0}}(\Delta+c_{\mathrm{A,0}}-c_{\mathrm{P}})}{(\Delta-c_{\mathrm{A,0}})(c_{\mathrm{A,0}}-c_{\mathrm{P}})}=\frac{1}{\Delta}\ln\frac{c_{\mathrm{A,0}}(\Delta+c_{\mathrm{A}})}{(\Delta+c_{\mathrm{A,0}})c_{\mathrm{A}}}$$

となる。分母，分子を Δ で微分して，ロピタルの定理をつかうと

$$\frac{(\Delta+c_{\mathrm{A,0}})c_{\mathrm{A}}}{c_{\mathrm{A,0}}(\Delta+c_{\mathrm{A}})}\left[\frac{c_{\mathrm{A,0}}}{(\Delta+c_{\mathrm{A,0}})c_{\mathrm{A}}}-\frac{c_{\mathrm{A,0}}(\Delta+c_{\mathrm{A}})}{(\Delta+c_{\mathrm{A,0}})^2c_{\mathrm{A}}}\right]=\frac{1}{\Delta+c_{\mathrm{A}}}-\frac{1}{\Delta+c_{\mathrm{A,0}}}$$

$\Delta=0$ とすると，式(11.47)の左辺となる。