$$\frac{\partial(u,y,z,\ldots)}{\partial(x,y,z,\ldots)}=\begin{vmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial y} & \frac{\partial u}{\partial z} & \cdots & \cdots & \cdots \\ \underbrace{\frac{\partial y}{\partial x}}_{=0} & \underbrace{\frac{\partial y}{\partial y}}_{=1} & \underbrace{\frac{\partial y}{\partial z}}_{=0} & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \end{vmatrix}=\frac{\partial u}{\partial x}$$

したがって，

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{y,z,\ldots}=\frac{\partial(u,y,z,\ldots)}{\partial(x,y,z,\ldots)}$$

第2章

2.7 a) $\left(x\,\frac{\mathrm{mol}}{\mathrm{dm}^3}\right)\times\left(\frac{1\ \mathrm{dm}^3}{(10\ \mathrm{cm})^3}\right)\times\left(\frac{1000\ \mathrm{mmol}}{1\ \mathrm{mol}}\right)=x\,\frac{\mathrm{mmol}}{\mathrm{cm}^3}$

b) $\left(5.7\times10^2\ \frac{\mathrm{cal}}{\mathrm{g}}\right)\times\left(4.184\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{cal}}\right)\times\left(18\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{mol}}\right)=4.3\times10^4\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol}}$

c) $\left(13.6\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}\right)\times\left(\frac{1\ \mathrm{kg}}{10^3\ \mathrm{g}}\right)\times\left(\frac{10^6\ \mathrm{cm}^3}{1\ \mathrm{m}^3}\right)=1.36\times10^4\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$

d) $1\ \mathrm{kWh}=10^3\ \mathrm{W}\times3600\ \mathrm{s}=3.6\ \mathrm{MJ}$

2.8 ① $\mathrm{J\ K^{-1}\ mol^{-1}}$　② 25 °C　③ $v/\mathrm{m\ s^{-1}}$　④ 3 nm

2.9 $m/n=\frac{a\ \mathrm{g}}{b\ \mathrm{mol}}=(a/b)\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{mol}}=(a/b)M$ より，モル質量 M

※分子量ではないことに注意.

2.10 $P=\frac{F}{A}=\frac{mg}{A}\left(\times\frac{h}{h}\right)=\frac{mhg}{V}=\rho hg=\left(1.35951\times10^4\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}\right)\times(0.760\ \mathrm{m})\times\left(9.80665\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)=101325\ \mathrm{Pa}$

2.11 $R=\frac{PV}{T}=\frac{\left(1.000\times10^5\ \mathrm{Pa}\right)\times\left(24.79\ \mathrm{dm^3\ mol^{-1}}\right)\times\left(\frac{\mathrm{m}^3}{10^3\ \mathrm{dm}^3}\right)}{298.15\ \mathrm{K}}=8.315\ \mathrm{J\ mol^{-1}\ K^{-1}}$

2.12 $1\ \mathrm{hPa}=10^2\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m\ s^2}}\times10^3\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{kg}}\times10^{-2}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{cm}}=10^3\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm\ s^2}}=10^{-3}\times10^6\ \frac{\mathrm{dyn}}{\mathrm{cm}^2}=10^{-3}\ \mathrm{bar}=1\ \mathrm{mbar}$

したがって，$P^{\ominus}=1000\ \mathrm{hPa}=1\ \mathrm{bar}$

2.13 $m=\frac{1\ \mathrm{N}}{g}=\left(\frac{1\ \mathrm{kg\ m}}{\mathrm{s}^2}\right)\times\left(\frac{\mathrm{s}^2}{9.80\ \mathrm{m}}\right)=0.102\ \mathrm{kg}=102\ \mathrm{g}$

2.14 式(2.17)に代入して，$F=G\frac{m_1m_2}{r^2}=\frac{\left(6.670\times10^{-11}\ \mathrm{N\ m^2\ kg^{-2}}\right)\times\left(1.00\ \mathrm{kg}\right)^2}{\left(1.00\times10^{-3}\ \mathrm{m}\right)^2}=6.670\times10^{-5}\ \mathrm{N}$

2.15 $\Pi = cRT = \left(0.1\,\dfrac{\mathrm{mol}}{\mathrm{dm}^3}\right)\times\left(1000\,\dfrac{\mathrm{dm}^3}{\mathrm{m}^3}\right)\times\left(8.314\,\dfrac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol\,K}}\right)\times(293.15\,\mathrm{K})$

$$= 2.437\times10^5\ \mathrm{Pa} = 2437\ \mathrm{hPa} = 2.437\ \mathrm{bar} \simeq 2.4\ \mathrm{atm}$$

※これは単位計算を適切にできるかどうかを問うている問題である.

2.16 $F = m\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = m\dfrac{\mathrm{d}(\mathrm{d}r/\mathrm{d}t)}{\mathrm{d}t}$ より, $\mathrm{N} = \mathrm{kg\,m\,s^{-2}}$

$\mathrm{d}w = F\mathrm{d}t$ より, $\mathrm{J} = \mathrm{N\,m} = \mathrm{kg\,m^2\,s^{-2}}$

$P = \dfrac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}t}$ より, $\mathrm{W} = \mathrm{J\,s^{-1}} = \mathrm{kg\,m^2\,s^{-3}}$

$\mathrm{d}Q = I\mathrm{d}t$ より, $\mathrm{C} = \mathrm{A\,s}$

$E = \dfrac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}Q}$ より, $\mathrm{V} = \mathrm{J\,C^{-1}} = \mathrm{kg\,m^2\,A^{-1}\,s^{-3}}$

$R = \dfrac{E}{I}$ より, $\Omega = \mathrm{V\,A^{-1}} = \mathrm{kg\,m^2\,A^{-2}\,s^{-3}}$

2.17 理想気体とみなして, 式(2.37)に代入して

$$n = \frac{PV}{RT} = \frac{(150\ \mathrm{atm})\times\left(1.01325\times10^5\ \mathrm{Pa\,atm^{-1}}\right)\times\left(40\ \mathrm{dm^3}\right)\times\left(10^{-3}\ \mathrm{m^3\,dm^{-3}}\right)}{\left(8.314\ \mathrm{J\,mol^{-1}\,K^{-1}}\right)\times(300\ \mathrm{K})} = 2.44\times10^2\ \mathrm{mol}$$

$$m = nM = \left(2.44\times10^2\ \mathrm{mol}\right)\times\left(4.0\ \mathrm{g\,mol^{-1}}\right) = 976\ \mathrm{g}$$

2.18

$$\Delta T = \frac{e\Delta E}{k_\mathrm{B}} = \frac{F\Delta E}{R} = \frac{\left(96485\,\dfrac{\mathrm{C}}{\mathrm{mol}}\right)\times(1\ \mathrm{V})\times\left(\dfrac{1\ \mathrm{J}}{\mathrm{C\cdot V}}\right)}{8.314\,\dfrac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol\,K}}} = 11605\ \mathrm{K}$$

2.19

$$x\times\left(10^6\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{t}}\right)\times\left(5.7\times10^2\,\frac{\mathrm{cal}}{\mathrm{g}}\right)\times\frac{4.184\,\dfrac{\mathrm{J}}{\mathrm{cal}}}{60\ \mathrm{s}} = 1.0\times10^9\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s}} = 1.0\times10^9\ \mathrm{W},\quad x = 25.16\ \mathrm{t}$$

2.20

$$v_\mathrm{rms} = \sqrt{\langle v^2\rangle} = \sqrt{\frac{3RT}{M_{\mathrm{N_2}}}} = \sqrt{\frac{3\times\left(8.314\,\dfrac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol\,K}}\right)\times\left(1\,\dfrac{\mathrm{kg\,m^2\,s^{-2}}}{\mathrm{J}}\right)\times(298\ \mathrm{K})}{\left(28.0\,\dfrac{\mathrm{g}}{\mathrm{mol}}\right)\times\left(1\,\dfrac{\mathrm{kg}}{10^3\ \mathrm{g}}\right)}} = 515\ \mathrm{m\,s^{-1}}$$

※ところで, この v_rms は, マクスウェル–ボルツマン分布(2.15節 発展2.3)で導かれる平均速度 $\langle v\rangle$ に等しいわけではなく, v_rms の方が $\langle v\rangle$ に比べ10%程度大きな値となる. また, 音は分子運動によってできる圧力変化であるから, 音速 v は v_rms 程度になるはずである. 疎密波としての気体の音速は, $v = \sqrt{\dfrac{\gamma RT}{M}}$ で与えられる(γ: 熱容量比(式(3.56))). 2原子分子では $\gamma = 7/5$(3.10節)であるから, $v_\mathrm{rms}/v = \sqrt{3/(7/5)} = 1.46$ となる. この比は, 気体運動論では完全弾性衝突の仮定を用いていることなどによる. $T = 298$ K において $v(\mathrm{N_2}) = 353\ \mathrm{m\,s^{-1}}$ となる. ちなみに, 乾燥空気中の音速は $346\ \mathrm{m\,s^{-1}}$ である. 酸素を含んでいる空気中の音速は窒素中のそれより遅くなる.

2.21 $\varepsilon = \varepsilon_0$ として式(2.60)に代入して,

$$E = \frac{Q}{4\pi r\varepsilon} = \frac{1.602\times10^{-19}\ \mathrm{C}}{4\times3.14\times\left(2.00\times10^{-10}\ \mathrm{m}\right)\times\left(8.854\times10^{-12}\ \mathrm{F\,m^{-1}}\right)} = 7.20\ \mathrm{V}$$

静電ポテンシャルは加成性があるので,

$$E=\frac{Q_1/r_1-Q_2/r_2}{4\pi r\varepsilon}=\frac{1.602\times10^{-19}\ \mathrm{C}\times\left(\dfrac{1}{2.00\times10^{-10}\ \mathrm{m}}-\dfrac{1}{1.50\times10^{-10}\ \mathrm{m}}\right)}{4\times3.14\times\left(8.854\times10^{-12}\ \mathrm{F\ m^{-1}}\right)}=-2.40\ \mathrm{V}$$

2.22 無限遠から距離 r まで近づけるときのポテンシャルエネルギー U は，式(2.59)で与えられる．真空中の場合，$\varepsilon=\varepsilon_0(\varepsilon_r=1)$ として，式(2.59)に相当する値を代入して 1 分子あたりの U を計算すると

$$U=\frac{Q_1Q_2}{4\pi r\varepsilon_0}=-\frac{\left(1.602\times10^{-19}\ \mathrm{C}\right)^2}{4\times3.14\times\left(1.00\times10^{-9}\ \mathrm{m}\right)\times\left(8.854\times10^{-12}\ \mathrm{F\ m^{-1}}\right)}=-2.31\ \mathrm{J}$$

となる．1 mol あたりに換算すると

$$U_m=UN_A=(-2.31\ \mathrm{J})\times(6.022\times10^{23}\ \mathrm{mol^{-1}})/1000=-139\ \mathrm{kJ\ mol^{-1}}$$

となる．非常に強い静電相互作用で，Na^+ と Cl^- は結合しやすくなる．

$\varepsilon=\varepsilon_0\varepsilon_r$(式 2.58)だから，水の中での静電ポテンシャルエネルギーは，絶対値として 1/80 に減少する．水の中ではイオンの溶媒和エネルギーが大きいため，Na^+ と Cl^- は解離する．ベンゼンの誘電率は 2.3(20 °C)ときわめて小さいので静電ポテンシャルエネルギーが大きく，NaCl は解離できない．

2.23 音速は v_{rms} に比例すると考え，式(2.51)より，$\dfrac{v_{rms}(\mathrm{He})}{v_{rms}(\mathrm{N_2})}=\sqrt{\dfrac{M_{N_2}}{M_{He}}}=\sqrt{\dfrac{28.0\ \mathrm{g\ mol^{-1}}}{4.0\ \mathrm{g\ mol^{-1}}}}=2.6$．これは，ドの音と 1 オクターブ上のミの音の違い(ピアノの鍵盤の数で言うと 16 音の違い)と同程度である．

2.24 **問 1**　n mol の理想気体の質量は nM であるので，$\rho=\dfrac{nM}{V}=\dfrac{PM}{RT}$

問 2　$\mathrm{d}P=-\rho g\mathrm{d}h$ に問 1 の解を代入すると $\dfrac{\mathrm{d}P}{P}=-\dfrac{Mg}{RT}\mathrm{d}h$ となり，これを積分すると $\displaystyle\int_{\ln P_0}^{\ln P}\mathrm{d}(\ln P)=-\frac{Mg}{RT}\int_0^h\mathrm{d}h$．

したがって，$\ln(P/P_0)=-\dfrac{Mgh}{RT}$ となり，$P=P_0\exp\left(-\dfrac{Mgh}{RT}\right)$ が得られる．

問 3　**問 3** の解に数値を代入して，

$$P=(1\ \mathrm{atm})\times\exp\left(-\frac{\left(28.8\ \mathrm{g\ mol^{-1}}\right)\times\left(10^{-3}\ \mathrm{kg\ g^{-1}}\right)\times\left(9.80\ \mathrm{m\ s^{-2}}\right)\times\left(8\times10^3\ \mathrm{m}\right)}{\left(8.314\ \mathrm{J\ mol^{-1}\ K^{-1}}\right)\times(273\ \mathrm{K})}\right)=0.370\ \mathrm{atm}$$

問 4　$P_0h_0\equiv\displaystyle\int_0^\infty P(h)\mathrm{d}h$ に $P=P_0\exp\left(-\dfrac{Mgh}{RT_0}\right)$ を代入して，$P_0h_0\equiv P_0\displaystyle\int_0^\infty\exp\left(-\frac{Mgh}{RT_0}\right)\mathrm{d}h=-P_0\frac{RT_0}{Mg}\int_0^{-\infty}\exp\left(-\frac{Mgh}{RT}\right)\mathrm{d}\left(-\frac{Mgh}{RT}\right)=P_0\frac{RT_0}{Mg}$ と得られるので，$h_0=\dfrac{RT_0}{Mg}$．

問 5　**問 2** の解法の途中で得た $\dfrac{\mathrm{d}P}{P}=-\dfrac{Mg}{RT}\mathrm{d}h$ に $T=T_0\exp(-h/h_0)$ を代入し，$\dfrac{\mathrm{d}P}{P}=-\dfrac{Mg}{RT_0}\exp\left(\dfrac{h}{h_0}\right)\mathrm{d}h$ を積分すると，$\displaystyle\int_{\ln P_0}^{\ln P}\mathrm{d}(\ln P)=-\frac{Mg}{RT_0}\int_0^h\exp\left(\frac{h}{h_0}\right)\mathrm{d}h=-\frac{Mgh_0}{RT_0}\int_0^{h/h_0}\exp\left(\frac{h}{h_0}\right)\mathrm{d}(h/h_0)$．したがって，$\ln(P/P_0)=-\dfrac{Mgh_0}{RT_0}\left(\exp\left(\dfrac{h}{h_0}\right)-1\right)$ となる．これに，$h_0=\dfrac{RT_0}{Mg}$ を代入して $\ln(P/P_0)=\left(1-\exp\left(\dfrac{h}{h_0}\right)\right)$．これより，$P=P_0\exp\{1-\exp(h/h_0)\}$．

問 6　$P=P_0\exp\left\{1-\exp\left(\dfrac{h}{h_0}\right)\right\}=P_0\exp\left[1-\exp\left(\dfrac{Mgh}{RT_0}\right)\right]$ に値を代入して，

$$P=(1\ \mathrm{atm})\times\exp\left[1-\exp\left\{\frac{\left(28.8\ \mathrm{g\ mol^{-1}}\right)\times\left(10^{-3}\ \mathrm{kg\ g^{-1}}\right)\times\left(9.80\ \mathrm{m\ s^{-2}}\right)\times\left(8\times10^3\ \mathrm{m}\right)}{\left(8.314\ \mathrm{J\ mol^{-1}\ K^{-1}}\right)\times(273\ \mathrm{K})}\right\}\right]=0.182\ \mathrm{atm}$$

2.25 式(2.65)より

$$E=\frac{hc}{\lambda}=\frac{\left(6.626\times10^{-34}\ \mathrm{J\ s}\right)\times\left(2.9979\times10^{8}\ \dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)}{\left(4.00\times10^{-7}\ \mathrm{m}\right)\times\left(1.602\times10^{-19}\ \dfrac{\mathrm{J}}{\mathrm{eV}}\right)}=3.10\ \mathrm{eV}$$

$$E_{\mathrm{A}}=N_{\mathrm{A}}\frac{hc}{\lambda}=\frac{\left(6.022\times10^{23}\ \mathrm{mol^{-1}}\right)\left(6.626\times10^{-34}\ \mathrm{J\ s}\right)\left(2.9979\times10^{8}\ \dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)}{\left(4.00\times10^{-7}\ \mathrm{m}\right)}=2.99\times10^{5}\ \mathrm{J}=299\ \mathrm{kJ}$$

2.26 式(2.76)より，$\Delta m=E/c^2$ となるから，式(2.62)を用いて単位変換すると

$$\frac{\Delta m}{m_{\mathrm{e}}}=\frac{E}{c^2 m_{\mathrm{e}}}=\frac{\left(200\times10^{6}\ \mathrm{eV}\right)\times\left(1.602\times10^{-19}\ \mathrm{J\ eV^{-1}}\right)}{\left(2.998\times10^{8}\ \mathrm{m\ s^{-1}}\right)^2\times\left(9.109\times10^{-31}\ \mathrm{kg}\right)}=391$$

電力 P，モル質量 M，重さ w とし，単位変換して計算すると，

$$\frac{w}{t}=\frac{PM}{EN_{\mathrm{A}}}=\frac{\left(10^{9}\ \mathrm{J\ s^{-1}}\right)\times\left(235\ \mathrm{g\ mol^{-1}}\right)}{\left(200\times10^{6}\ \mathrm{eV}\right)\times\left(1.602\times10^{-19}\ \mathrm{J\ eV^{-1}}\right)\times\left(6.022\times10^{23}\ \mathrm{mol^{-1}}\right)}=0.0122\ \mathrm{g\ s^{-1}}=12.2\ \mathrm{mg\ s^{-1}}$$

※このような核分裂反応は人類が制御できない素反応である．参考までに，C−C の結合エネルギーは 3.8 eV，水素結合のエネルギーは 0.1 ～ 0.4 eV である．通常の化学反応のエネルギーは主にこれらの化学結合の組み替えによるものであり，質量欠損によるものではない．

2.27 式(2.79)を mol あたりに書き換え，代入すると

$$\frac{N_{\mathrm{linear}}}{N_{\mathrm{random}}}=\exp\left(-\frac{E_{\mathrm{linear}}-E_{\mathrm{random}}}{RT}\right)=\exp\left(-\frac{\left(3500\ \mathrm{J\ mol^{-1}}\right)}{\left(8.314\ \mathrm{J\ mol^{-1}\ K^{-1}}\right)\times\left(298.15\ \mathrm{K}\right)}\right)=0.244$$

2.28 ピークでは存在確率 F が速度 v に依存しないので $\dfrac{\mathrm{d}F(v)}{\mathrm{d}v}=0$ となる．そこで式(2.100)を v で微分して

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}v}\left[v^2\exp\left(-\frac{mv^2}{2k_{\mathrm{B}}T}\right)\right]=2v\exp\left(-\frac{mv^2}{2k_{\mathrm{B}}T}\right)-\frac{mv^3}{k_{\mathrm{B}}T}\exp\left(-\frac{mv^2}{2k_{\mathrm{B}}T}\right)=0$$

$$2\alpha=\frac{m\alpha^3}{k_{\mathrm{B}}T}\quad\left(\because \alpha=v\ \left(\mathrm{at}\ \frac{\mathrm{d}F(v)}{\mathrm{d}v}=0\right)\right)$$

$$\alpha=\sqrt{\frac{2k_{\mathrm{B}}T}{m}}=\sqrt{\frac{2RT}{M}}$$

題意より $\alpha_{\mathrm{Ar}}=\sqrt{\dfrac{2\times\left(8.314\ \mathrm{Jmol^{-1}\ K^{-1}}\right)\times\left(300\ \mathrm{K}\right)}{\left(39.95\ \mathrm{g\ mol^{-1}}\right)\times\left(10^{-3}\ \mathrm{kg\ g^{-1}}\right)}}=353\ \mathrm{m\ s^{-1}}$

第3章

3.7 a)孤立系，b)閉鎖系，c)閉鎖系，d)閉鎖系，e)開放系，f)開放系，g)開放系

ただし，b)，c)，d)は場合によっては開放系になる．また d)は光輻射がなければ，孤立系であると考えられる．

3.8 示強変数．$cV=n$(示強変数×示量変数＝示量変数)